

國立嘉義大學特殊教育中心 101 年度

特殊教育新課程綱要-

數學領域教學工作坊

研 習 手 冊



日期：101 年 8 月 25 日

地點：國立嘉義大學民雄校區行政大樓 A304 教室

國立嘉義大學 101 年度「特殊教育新課程綱要-數學領域教學工作坊」 實施計畫暨課程表

一、依據：

- (一)教育部 101 年 1 月 5 日臺特教字第 1010003245 號函辦理。
- (二)國立臺中教育大學 101 年 5 月 25 日臺中大學教師字第 1012350190 號函辦理。

二、目的：

- (一)培訓國民小學師資培用聯盟計畫種子教師之教學示例研發、實作課程設計專業知能。
- (二)配合特殊教育新課程綱要以提升國小特殊教育教師數學領域之課程調整、實作教學課程設計專業知能。

三、主辦單位：教育部

四、承辦單位：國立嘉義大學特殊教育中心、特殊教育學系「國民小學師資培用聯盟計畫」

五、研習時間：101 年 8 月 20 日(週一)、8 月 21 日(週二)、8 月 22 日(週三)、8 月 25 日(週六)上午 9:00-16:10

六、研習地點：國立嘉義大學民雄校區行政大樓 3 樓 A304 教室

七、主講人：秦麗花教授(高雄市內惟國小資源班教師暨國立高雄師範大學特教系兼任助理教授)

八、參加對象：

- (一)「國民小學師資培用聯盟計畫」身心障礙領域骨幹教師。
- (二)雲嘉三縣市特殊教育課程大綱試行學校之教師。
- (三)雲嘉三縣市特殊教育教師。

旨揭課程為協助各校培育優質教學教師，請各校積極派員參加，並請參與教師全程參與，將研習所得回校後進行實際教學運用，以收實效。

以上合計 60 位，報名人數超過時，依上述優先順序錄取。

九、辦理方式：採互動式、多種型態進行，包括錄影教學觀摩與討論、「同課異教」思考特色討論、群體腦力激盪問題解決、名師會談高手出招、課程設計案例分享與規劃、實作課程設計等。

十、辦理時間及課程：

辦理時間		上午課程	下午課程
		9:00~10:30 10:40~12:10	13:00~14:30 14:40~16:10
第一次	8/20 (一)	數學課程綱要內涵與因應 數學特性與數學課程設計的要訣 加減法基模教學	國小乘除法教學要點研討 乘除教材教法調整示範 乘除法教學案例設計討論
第二次	8/21 (二)	分數與小數教材的聯結 分數小數迷思概念的突破 腦力激盪—有效生活引導	怎樣解題秘法大公開 數列規則的引導發現 用扣條扣住數學核心概念討論
第三次	8/22 (三)	感官量的教學難題與突破 長度面積體積與容積深度聯結 量的保留概念與教學四階段	工具量的特色與教學 時間教學的挑戰與突破 名師會談高手出招
第四次	8/25 (六)	平面立體幾何與對稱圖形 對稱圖形與對稱軸 多邊形、相似圖形、比例尺	有效數學教學案例分享 數學閱讀的核心理念

十一、報名方式與獎勵：

- (一) 採網路線上報名，即日起請至教育部特殊教育通報網 (<http://www.set.edu.tw>) 報名至8月17日截止。
- (二) 為鼓勵教師積極自我提升專業能力，對於全程參與並提出教學示例研發成果之教師，經「國民小學師資培用聯盟計畫」特殊教育學習領域教學中心錄取者，可獲發給教學示例編輯費，並建請縣市政府給予嘉獎。

十二、研習人員及差假：

- (一) 錄取名單研習前公告於特殊教育通報網，以及「國民小學及學前特殊教育學習領域教學中心」網站 (<http://laes.hamastar.com.tw/index.aspx?sid=10>)。
- (二) 各縣市參加研習人員，由原服務單位惠予公假派代。
- (三) 報名經錄取者，因故無法出席時，請於研習開始前兩天來電告知，以便安排候補者；錄取者若無故未出席，本年度不得再參加本中心辦理之其他研習。

十三、注意事項：

- (一) 為響應環保，請參加學員自行攜帶杯具等。

- (二)本校校區禁止機車進入，汽車請持研習公文進出校區。
- (三)研習當日請準時報到，研習開始逾 20 分鐘不予入場。
- (四)本研習全程參加者，本系將於特教通報網登錄 24 小時研習時數。遲到 20 分鐘者及中途離席者恕不核發研習時數。

九年一貫新課程綱要之內涵與教學因應

秦麗花（高市內惟國小）

壹、理念篇：特教課程綱要內涵與新思維新策略

一前言：因應第三波融合教育新思維的課程改革

二.100年新的特殊教育課程綱要內涵

1. 所有學生都教國民教育九年一貫課程
七大領域 加 特殊需求課程
2. 特殊學生依特殊教育需求分成三大類
以認知功能缺損程度分(無缺損 輕度 中重度)
3. 特殊教育需求課程分身障資優十四種
職業教育 學習策略 自我管理 社會技巧 情緒管理
定向行動 點字 溝通訓練 機能訓練 輔具應用 動作技能訓練
領導才能 創造力 情意課程
4. 特殊需求學生的課程設計有四種選擇
普通教育課程 調整性普通教育課程
生活技能課程 調整溝通與表現方式課程
5. 為特殊教育需求學生設計適合的 IEP
IEP 設定與執行以課程內容、歷程和目標設定為依歸

三.因應新課程綱要應有的新認知

1. 充實特教生有效教學的三鼎知識
學生認知發展、課程內涵理解、有效教學技巧
2. 熟悉學科不同學習向度教學內涵
語文(識字、閱讀理解、寫作)
數學(數與計算、量與實測、空間幾何、代數)
自然與科技、藝術與人文、社會--
3. 觀摩不同因應學生個別差異教學
數學如何解題案例欣賞、英語識字案例欣賞、語文閱讀理解欣賞
4. 激盪符合學理與學生需求的策略
以工作坊方式相互討論實作與創新發展
5. 熟練不同課程設計與教學的要訣
不同的調整模式運作 生活化議題融入 功能性課程連結

四、因應新課程綱要教學設計的三策略

1. 課程調整四方向可靈活變化
教學內容 教學歷程 教學環境 教學評量
2. 生活議題將概念連結到應用
動機引入 問題解決 輔具應用
以小數教學為例
3. 功能性課程在實用中學概念
以應用為主 概念學習為輔

貳、實作篇：新課綱下的特教教學運作

一、課程調整應有的思維

1. 以調整教學歷程為優先考量
善用廠商提供資源 融入多感官教學 尋求輔具幫忙
2. 教學內容調整做多向度切割
不是全有與全無概念 從10%到100%的融入考量
3. 善用教學環境調整策略輔助
應用同儕學習 提供合宜刺激情境
4. 學習評估兼顧靜態與動態評量
獨立完成 口語提示下完成 模仿完成
案例練習

二、以概念學習為主的生活議題融入

1. 從生活中找出核心概念應用的情境
2. 用情境做動機切入與問題解決應用
3. 案例練習

三、以實用為主的功能性課程設計切入

1. 強調生活技能應用
2. 善用輔具協助融入

參、IEP 撰寫與執行

一、目標設定與執行

目標同---時間異 歷程異 評量異 的案例

二、群體差異與執行

群體異---內容難易 策略差異 量的多寡

肆、問題討論

數學教材地圖與教學路徑(國小篇 1)

高市內惟國小 秦麗花 主講

壹、前言---成功教學的三鼎知識

- 一.對教材的理解
- 二.對學生認知發展的理解
- 三.對教學方法的調整與應用

貳、數學教材地圖之一~數與計算

一. 整數(自然數)

1. 教材分布

低年級—1000 以內的數

(10 以內、20 以內、50 以內、100 以內、200 以內、500 以內、1000 以內)

中年級—1 億以上的數

(2000 以內的數、1 萬以內的數、10 萬以內的數、1 億以上的數)

2. 教學目標—數的聽、說、讀、寫、做、化聚與大小比較 數線認識
3. 學生的認知能力發展—

計數單位的發展順序 Steffe, et al. 1983

- (1) 數序：唱數但不知其意。是機械性記憶。
- (2) 知覺單位：點數具體物或 知覺中的東西。
- (3) 心像單位：點數想像的東西或空間中的位置。
- (4) 動作單位：唱數和自己的動作（點頭、手指）相對應。
- (5) 語言單位：以自己的語音為數數的對象。（內隱、自覺）
- (6) 抽象單位：基數原則，會接著數。

同時進行兩個數序的計算

以動作保留計算結果。

4. 教學重點—
 - (1) 以「多一」與「對應」進行教學
 - (2) 數與量的配合—5 種表徵的應用與轉換
 - (3) 重視數的發展史對學生學習的意義(手指應用)
 - (4) 數學語言的習得—位值概念的建立
 - (5) 基數與序數的區辨
 - (6) 大小比較的表徵—樓梯、數線、積木對應
 - (7) 5 與 10 當集聚與標準進行彈性變化(因應四則運算)
 - (8) 「0」的多重意義
 - (9) 估算的遊戲訓練

二. 加減法計算與應用

1. 加減法計算—

一位數相加減（不進位與進位、不退位與退位）、

二位數相加減（不進位與進位、不退位與退位）、1位+2位

三位數相加減（不進位與進位、不退位與退位）、3位+2位、3位+1位

四位數相加減（不進位與進位、不退位與退位）

4位+3位、4位+2位、4位+1位

2. 學生的認知能力發展

數字計算的五階段發展—

(1) 合成運思—以1為集聚

(2) 累進性運思—以一個集聚單位為基礎，再累加1（往上數）

(3) 部分/全體運思—建立大的集聚單位10、100

(4) 測量運思期—可同時掌握兩個部份/全體的關係(7+8=5+2+5+3)

(5) 比例關係—可掌握兩個集聚單位間的關係為運思起點

3. 計算教學重點— (1) 加減互逆的教學

(2) 0在加減法的謙虛

(3) 0在被減數的問題

(4) 進退位的意義

(5) 符號的轉化與應用

4. 加減法應用題型（例行題）

(1) 加法—合併型、改變型、比較型、等化型

減法—改變型、比較型、等化型

(2.) 教學重點— (1) 以「語言—經驗」為主的理解能力培養

(2) 題意基模的教學

(3) 看圖擬題的練習

(4) 應用問題的聽說讀寫

(5) 繪本故事的應用

(6) 非例行性題目的訓練(訊息區辨)

三. 乘除法計算與應用

1. 乘除法教學的基本概念— (1) 乘法與加法的差異-單位量轉換

(2) 單位量與單位數的掌握

(3) 九九乘法表的理解與背誦

(4) 乘除互逆的關係

(5) 算式的格式教學

(6) 強調概念與符號的連結

2. 乘除法計算的問題

(1) 乘法計算—位值要掌握、0在乘法的幾個關鍵、多位數的乘法

(2) 除法計算—算式意義的理解、位值的掌握、0在乘法的幾個關鍵、餘數的問題、多位數的除法、高低階單位的轉換問題

3. 乘法的題型與應用

(1.) 等組型：是由一些內含有相同個數之物體的集合所構成的情境

例一（如老師發給 4 個小朋友，每人 5 顆糖果）

例二（如每個人有 4 塊餅乾，3 個人共有幾塊餅乾？）

(2.) 直積型：是描述一種有序對關係，每一個有序對都是由一個集合的每一個元素與另一個集合的所有元素有順序的結合而成。

例如：「小明有 4 件不同顏色的上衣和 5 條不同款式的長褲，可以用來搭配成不同的外出服，請問小明的外出服有幾種不同的搭配方式？」

(3) 長方形面積：是將長方形任一邊和相鄰一邊的長度相乘

例如：「長 4 公尺，寬 5 公尺的長方形，其面積為多少平方公尺？」

(4) 比較型乘法：是一種常被以「n 倍是多少？」來敘述的情境

例如：「小華的蘋果是小明的 3 倍，如果小明有 4 個蘋果，小華有幾個蘋果？」

(5.) 常量問題：是指原來的量成比例放大或縮小的乘法問題，其基本運算形式為：「原始量 \times 改變大小的比率=改變後的量」。(高年級比例)

例如：「一本書定價 100 元，打 9 折後還要多少元？」

(6.) 多重比例：因涉及三度量空間的比較，需經二次運算才能得到答案。
(高年級)

例如：「小英家裡有 5 個人，每個人每星期吃 2 公斤的米，問小英家 4 星期共吃多少米？」

4. 除法的題型分類

(1.) 平分除（解決單位量未知的問題）

(2.) 包含除（解決單位數未知的問題）

5. 學生的認知發展：(1) 直接表徵法（具體物）

(2) 雙重數數法

(3) 過渡型數數法

(4) 加或減（連加或連減）

(5) 記誦乘法表

6. 教學因應：(1) 暗隱模式的避免

(2) 應用學生乘法解題策略變化提昇其發展層次

(3) 因應時間差、路徑差、和策略差的調整

時間差—不要強迫，發展是需時間等待

路徑差—獎勵有效學習鼓勵嘗試理解

策略差—承認個別差異給予工作記憶協助

(4) 教學強調各發展階段的連結，鼓勵質疑辨證

(5) 重要語法教學——以倍數為例 (台南勝利國小 尚志鋼老師)

重要句 6 是 2 的 3 倍

兄 為 弟 的 $\frac{1}{4}$ 倍

甲 占 乙 的 $\frac{2}{5}$

$$6 = 2 \times 3$$

找出 基準量 與 比較量

比較量 是 基準量 的 比值 倍

四. 分數的計算與應用

1. 分數的教材——分數、分數的加減乘除

2. 分數概念特質——(1) 分數具多義性——

平分不滿 1 的數 (部分/全部、子集合/集合)、
除法 (商)、比例 (比值)、數線

(2) 部分與全體的單位區分

(3) 單位量與單位分數

(4) 分數與小數的關係 (稠密性)

(5) 分數的離散量與連續量問題

3. 分數概念的認知發展——

(1) 分數的前身——分東西，直覺判斷缺乏部分與整體的概念

(2) 起始單位分數——是分數詞意義為「內坎並置類型」，無法作單位分數
的累加活動

(3) 加法性分數——理解單位分數是多個單位分數所合成

(4) 巢狀分數——分數單位是由加法性分數值變成巢狀分數 (可+)

(5) 有理數概念——能以分數做為測量單位進行運算，可同時掌握三階單
位中任兩階層之部分整體關係

例：一盒糖果有 9 顆， $\frac{1}{3}$ 盒是幾顆？

4. 分數的教學重點——(1) 分數三種語言的聯結——文字、符號、圖像表徵

(2) 分數的三種表徵——面積、離散量、數線

(3) 三種分數表徵應用的迷思與限制

(4) 分數加減計算法則

(5) 分數乘除的困擾——為何除法要除數分子分母顛倒

(6) 分數除法為何要分子分母顛倒的理由，其實只是
將被除數除數同時換單位的策略而已。

$$\begin{aligned} \text{例：} 41/5 \div 6/7 &= 287/35 \div 30/35 \\ &= 287 \div 30 \\ &= 287/30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 41/5 \div 6/7 \\ &= 41/5 \times 7/6 \\ &= 287/30 \end{aligned}$$

五. 小數的計算與應用

1. 小數的教材—小數與分數、小數的加減、減數的乘除
2. 小數的概念特質—
 - (1) 小數概念內含包含三部份—
符號系統知識、算則概念知識、數量表示知識
 - (2) 小數的重要定理：小數中的數字依其位值決定大小
3. 小數教學重點—
 - (1) 小數符號意義：小數圖像表徵、小數與分數
 - (2) 小數符號結構：符號辨識、寫法、讀法、位值、
位名、化聚
 - (3) 小數應用：單複名數轉換、估算、比大小、稠密性、
計算與文字題
 - (4) 小數與整數分數的區辨與類化
同：小數延伸整數十進位位值系統
異：右邊離小數點越遠越小、0 的問題、位名讀法

同：都表不滿 1 的數
異：小數切割數藏在 10 的冪次方
分數小數互換概念混淆、運算規則
 - (5) 小數大小比較的迷思—
整數法則、分數法則、忽略小數點

六. 整數的四則運算

1. 整數四則運算教材—兩步驟題目、三步驟題目，
從連加連減開始到加(減)、與乘(除)
四年級學習兩步驟的併式、到四則混合運算
五年級三步驟四則運算性質要加入加法乘法交換率
結合率與乘法對加法的分配率
2. 整數四則運算主要概念：
 - (1) 併式雖非必要，卻是學習代數的前置作業
 - (2) 併式的約定：①式子中只有乘除，或只有加減，由左而右運算
②有括號時，括號先算
③加減乘除混合時先乘除後加減
 - (3) 要在具體情境中理解先乘除後加減的意義
 - (4) 由左而右、括號先算、先乘除後加減這些約定都是與大數法則有關，
因為這些運算機會較大，可以省略最多的 ()。如人們習慣先運算
的部份先紀錄，因此約定「由左而右」，這樣可以省略 ()。
 - (5) 教學時不只偏重計算的格式與程序，更應強調學生思考與理解能力
的發展。
 - (6) 善用多重表徵，協助從不同角度來意義化問題情境，並建立各表徵
之間的連結。

3. 四則運算教學重點：

- (1) 透過圖示解題：
 - ① 利用問句釐清數量關係
 - ② 利用問句畫出符合題意的圖示
 - ③ 依據圖示列出算式
- (2) 透過擬題區辨加減乘除的使用時機。

數學教材地圖與教學路徑(國小篇 2)

高市內惟國小 秦麗花 主講

參、數學教材地圖之二~量與實測

一. 量與實測的基本概念

1. 量的種類：分離量與連續量—— 以自然數數之是分離量
外延量與內涵量—— 內涵量是兩量之間的比率關係，內涵量不具可加性
2. 測量的基本概念：可觀察、可測量、具保留性、可比較、有單位、外延量可加減、會有誤差、有些量的單位可用公式求得
3. 測量的教學活動：直觀比較、直接比較、間接比較、個別單位比較、量的可加性、公用單位比較、發現測量概念中的公式
4. 量的保留概念：「指某一物體經過物理變化之後，仍保留其原有特性」，所謂「物理變化」指的是
物體的組成結構沒有改變，只有物體的狀態產生變化。
量的保留概念是學習量與實測不可或缺的基本條件。
五種「物理變化」：(1) 時間改變、(2) 人員不同、
(3) 方向位置調整、(4) 切割合成
(5) 扭曲變形
5. 六種感官量的學習四個歷程：
 - (1) 初步概念與直接比較
 - (2) 間接比較與個別單位
 - (3) 常用單位的約定
 - (4) 常用單位的換算

二. 長度

1. 教材特性：
 - (1) 從一點到另一點的軌跡長，可能是直線，也可能是曲線
 - (2) 長度可被比較、分割與合併
 - (3) 長度教學涉及五個核心概念：長度複製、保留、遞移、測量與估測
2. 學生解題上的困難：
 - (1) 在長度複製上，良長度與畫長度表現有異
 - (2) 6-7歲會具有長度保留概念，知道長度不會因位移而改變，有時會誤以為曲線比直線長
 - (3) 二年級開始發展遞移概念 甲>乙 乙>丙 則甲>丙
 - (4) 報讀直尺刻度錯誤
 - (5) 估計缺乏以某一基準量為主的概念進行估測
3. 教學重點：
 - (1) 讓兒童有動手測量的機會
 - (2) 設計疊合、累積、切割等活動，讓兒童經驗長度量的比較
 - (3) 培養估測與推論思考的技能
 - (4) 應用比喻建立學生對長度單位的心像
應用故事建立對長度單位間關係的聯結

三. 面積與周長

1. 教材特性：
 - (1) 面積是有周界，覆蓋物不能超過周界
 - (2) 面積是從一維到二維掃描結果，覆蓋物不能重疊
 - (3) 面積教學涉及三層次問題：面積保留概念、面積測量概念、和面積估算概念
 - (4) 面積是存在實體的感官量，其概念認知發展須經五個階段
面積的初步概念、面積間接比較、面積的個別單位描述、
面積單位化聚、面積公式化概念
2. 學生解題上的困難：
 - (1) 面積保留—等積異形的問題
 - (2) 面積測量—周長與面積搞混、面積單位換算錯誤
等積異形面積比較易受主觀視覺影響
常以線性問題思考面積問題
誤認相同周長即相同面積
 - (3) 面積估測—慣用視覺與公式處理面積問題
對面積量感不足
3. 教學重點：
 - (1) 應用兩張桌子不同組合認識面積與周長的差異
 - (2) 提供動手做的經驗—先估測，再實測
 - (3) 應用算數與積木操作排列協助理解等積異形的概念
 - (4) 善用教學媒體輔助學習了解面積公是由來—如圓面積的切割

四. 體積與容量

1. 教材特性：
 - (1) 體積包含四個不同層面的意義：外體積、內體積、排他性體積、
液積與容積
 - (2) 體積是三維的量，其測量必須掌握三個面向：
單位量的點數、單位量的轉換、和測量公式的理解
 - (3) 體積的保留活動需透過變形活動與切割活動
 - (4) 體積概念不限於規則立體圖形
2. 學生解題上的困難：
 - (1) 誤認為只有固體才有體積，對體積是佔有空間概念的
意義理解不足
 - (2) 對體積的理解是建立在視覺的知覺上，而不是堆疊活
動上
 - (3) 把面積、表面積和體積搞混
 - (4) 對未標示長寬高物體誤以為無法算體積
 - (5) 對柱體高的概念較模糊
 - (6) 對一維二維三維單位量轉換搞混
 - (7) 體積的點數受空間能力的影響
3. 教學重點：
 - (1) 強調體積佔有空間概念，固體、液體、和氣體都有
規則和不規則物體都可計算體積
 - (2) 透過堆疊與切割活動了解體積具有可切割和可加性
 - (3) 三維體積單位量的轉換

- (4) 要能將體積與容積做適度連結
- (5) 善用教學媒體輔助學習

五.. 時間

1. 教材特性：
 - (1) 是工具量而不是感官量，是一種抽象表徵概念，不易掌握量感
 - (2) 不是十進位，是7進位、12進位、24進位、60進位—
 - (3) 涉及多個時間單位：年、月、日、星期、時、分、秒
2. 學生解題上的困難：
 - (1) 對時間單位與量感之理解不足
 - (2) 時間與時刻概念混淆不清
 - (3) 時間報讀能力不佳
 - (4) 時間化聚概念不足
 - (5) 時間進位制混淆
3. 教學重點：
 - (1) 協助學生從主觀的、知覺的時間經驗轉換為客觀的時間架構
 - (2) 運用每日例行性工作熟悉時間單位與量感
 - (3) 時鐘報讀小撇步—分割12時區、從單獨一根針開始
 - (4) 從日曆中發現月曆的規律性—日曆排排隊
 - (5) 時間的計算—先以「時間鈔票」練習時間化聚再求計算與應用

肆、數學教材地圖之三~幾何空間

- 一. 幾何概念：用知覺動作與空間中的事物互動，將事物的形狀、位置、方向、事物相互關係同化於認知結構中，形成心像或表徵，並可在心中將心像分解、組合和轉換。

二. Van Hiele 幾何概念發展

1. 階段0 視覺期
2. 階段一分析期
3. 階段二抽象期
4. 階段三正式演繹
5. 階段四公設化

三. 幾何圖形教學

1. 幾何教學強調空間思考能力，包括：
 - (1) 知覺物體並形成心象
 - (2) 心象與其他符號的轉換
 - (3) 操弄心象
2. 幾何概念的教學：
 - (1) 階段0的教學活動—拼圖、剪紙、指認圖形
 - (2) 階段一的教學活動—操弄圖形分析圖形要素、以圖形性質描述圖形、指認圖形畫圖形、由圖形部分線索猜測圖形、發現點對稱圖形的性質
 - (3) 階段三的教學活動—圖形的數學定義、圖形的包含關係、演繹推理與驗證
 - (4) 階段四的教學活動—理解定義、理解定理的逆定理

3. 利用動態教幾何—善用多媒體，例

利用博愛國小→數學園地→圓面積的遊戲網站

http://www.paps.kh.edu.tw/flash/math/circle/circle_area.html

伍、數學教材地圖之四~找尋規律

一. 尋找形數規律

1. 數學家玻力亞 Polya 說：「數學是需要猜測的，它是數學最具創造力的地方」
2. 形數規律是指問題情境中的數字序列或圖形序列，前後項之間存在一致性的關係。規律的存在可以使數字和圖形序列之間的關係被覺察、描述、延伸與通則化。
3. 形數規律的四種形態：
 - (1) 形的規律—圖形依某種規律排列
 - (2) 數的規律—數字依某種規律排列
 - (3) 形數規律—形數依某種規律排列
 - (4) 形數規律情境—具有情境意義的規律問題
4. Van Hiele 數概念發展三層次：
 - (1) 基礎層次—觀察並以具體物操作認知
 - (2) 一階段思考—對數量產生關係的聯結
 - (3) 二階段思考—能掌握關係並建立邏輯化意義思考
5. 形數規律的解題策略
 - (1) 計數
 - (2) 遞迴—能以代數思維思考變項間關係
 - (3) 情境脈絡—將規律推衍成數學模式
 - (4) 比例調整—將覺察的規律以比例調整或推廣其範圍
6. 教學策略
 - (1) 依學生認知發展由少的量或形逐步應用操作方式開始引導
 - (2) 三種不同形規律算則推衍
 - 「接龍式」引導方法
 - 「包裹式」引導方法
 - 「圓滿式」引導方法
 - (3) 教學步驟：
 - ① 觀察與推估小範圍數量
 - ② 應用鷹架發展個別算則
 - ③ 推估較大形數數量
 - ④ 一般化算則
 - ⑤ 簡捷化算則
 - ⑥ 算則與幾何圖案聯結
 - ⑦ 預測與逆推

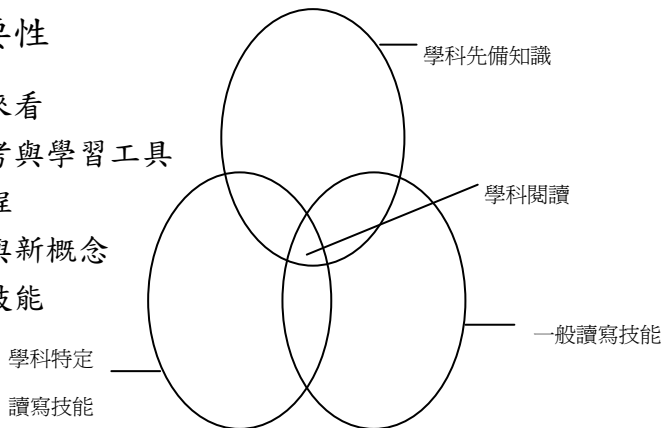
數學閱讀的理論與實務

秦麗花 主講(高雄市內惟國小)

(聯絡電話：07-5515405#42)

壹、 學科閱讀指導的必要性

- 一. 從九年一貫的能力指標來看
- 二. 教科書是教室中一種思考與學習工具
- 三. 學科閱讀是一種溝通過程
- 四. 學科閱讀充滿專門詞彙與新概念
- 五. 學科閱讀包含三種認知技能



學科閱讀的認知技巧(取自 Mckenna & Robinson2002,p9)

貳、 數學閱讀的特殊性

- 一. 數學語言具有高度抽象性，數學語言要求精確性。
- 二. 數學詞彙常具有多義性，對特殊語彙概念界定要清楚。
- 三. 數學文本閱讀要求認真精緻，需結合書寫歷程。
- 四. 需具有邏輯和數學基模知識，才能做數學各向度知識的聯結。
- 五. 數學閱讀過程語意轉換頻繁，需要具有彈性思考的能力。

參、 學生數學閱讀困難的原因

- 一. 先備知識不足
- 二. 文本設計不良
- 三. 教師未指導

肆、 不同程度學生數學閱讀上的困難

- 一. 學生讀不懂文章或記不起內容有幾個原因
 1. 只記零碎的知識，沒有組織的資料易忘記。
 2. 看不到資料之間的關聯
 3. 不知道那些比較重要
 4. 背景知識不足
 5. 文章寫得不好
- 二. 不同程度兒童數學閱讀困難的原因
 1. 相同的因素是不會使用工具、圖文不會配合閱讀，和不會摘錄重點。
 2. 相異的因素如下

- (1). 影響高程度兒童閱讀理解是因為文本本身定義不清、和學生不會將前後頁閱讀產生連結
- (2). 單方面語文能力弱兒童的影響因素有二：無法自文本中找到題目要求訊息、和對數學詞彙概念會執著於字面望文生義的概念
- (3). 單方面先備知識弱的兒童：其主要的困難是圖示理解能力弱、不理解數學符號的意義，和學習類化有困難
- (4). 兩方面能力均弱者，最重要的困難來自語文閱讀障礙，包括閱讀時未運用心智認真參與、閱讀過程不流暢、和對數學專門詞彙和不熟悉詞彙不理解所致。

伍、目前學術研究對數學閱讀指導的啟示

一. 腦神經方面的研究對數學閱讀的啟示

1. 數學完整的學習包含六個層次

- (1) 教新知識要建立在舊經驗基礎上
- (2) 應用各種實物具體物提供操作的機會
- (3) 運用題型圖表來代表數學概念
- (4) 運用數學文字語言與符號來表徵數學概念
- (5) 能將數理概念正確活用到生活中
- (6) 能用精確語言將所學說出來或寫出來

2. 有限經驗限制腦神經發展與聯結，豐富經驗拓展腦神經的聯結

二. 閱讀理論對數學閱讀的啟示

1. 兩種不同閱讀歷程交替運用

- (1) 由上而下
- (2) 由下而上
- (3) 兩種交融運用

2. 閱讀策略的運用

- (1) 閱讀前——喚起舊經驗
- (2) 閱讀中——連結物件之間的關係與內容
- (3) 閱讀後——運用文字與語言檢核所閱讀內容

3. 語文閱讀聽說讀寫的應用

三. 數學學科特殊性對數學閱讀的啟示

1. 數學語言的多樣性——文字、符號、和圖示
2. 數學語言理解的彈性——一字多義、一義多字、同音字

陸、數學閱讀指導的策略

一. 文本架構的指導

1. 從整冊的學習架構談起
2. 從每單元的活動目的談起
3. 訓練自己的後設覺知

二. 一般指導策略

1. 在閱讀語彙概念上：

- (1) 要正確理解概念中的字、詞、句，並掌握文字語言、圖形語言和符號語言的互通性。
- (2) 要與實物產生連結。
- (3) 要弄清楚概念的內涵與外延，既能區分相近的概念，又能知道其適用範圍。

例如：“四邊相等、四個角都是直角的四邊形，叫正方形”。

- (1) 列出各條件，四邊相等、四個角都是直角的四邊形。
- (2) 整理出條件包含幾個次要條件：①對邊相等②四個角都是直角③四邊形。
- (3) 叫出名稱：“正方形”。

聯繫條件和名稱之間的關係—釐清有這樣條件，才可以有這樣的名稱，缺一不可，多次深思後，學生的思考會向多向度擴展，使思路愈來愈縝密。

2. 在閱讀定理上：

- (1) 要分清定理的條件和結論。
- (2) 要探討定理的證明途徑和方法，透過與課本對照、分析來看作法的正確與否。
- (3) 聯繫類似的定理，進行分析比較，以掌握其應用範圍，例如「圓心角」與「圓周角」有何不同？
- (4) 要思考定理可否逆用，推衍和引申。

3. 在閱讀公式上：

- (1) 要弄明白公式的來龍去脈，會推導公式。
- (2) 要明白公式的特徵，並設法記住。
- (3) 要注意公式的應用條件，及公式的內在聯繫。
- (4) 了解公式的運用、逆用、合用、變用和巧用。

4. 數學閱讀是一個經由做中學 (learning by doing) 的歷程

只有讀只能記 10% ，只有看記 20%
唯有透過說與做才能達到 90%

數學閱讀也要做筆記、用概念圖連結相對關係

5. 數學文本閱讀是個圖文整合的閱讀歷程

不只要看懂**文字語言**，也要看懂**圖示語言**，更要看懂**符號語言**

三、教閱讀弱者閱讀數學文本的方法

1. 引導焦點置於概念，而非例題
2. 閱讀數學文本要多次第一次閱讀，抓取大的概念，第二次，補充其細節
3. 研究例題——典型與例外
4. 閱讀圖示——每一張圖示，都是一個特別的概念。
5. 學詞彙與語言
6. 學定理和其意思——思考從這定理中你知道什麼？
7. 應用索引與附錄，知道每個詞的意思
8. 對於不懂的做記號，並要求協助

柒、Jean 文本教與學的模式運用

三個階段入手：

一、階段一（閱讀前）：活化背景知識

- 三個重要目標：
1. 學生對這主題已知的知識為何；
 2. 為他們設計為什麼要閱讀的目標；
 3. 引發閱讀者對這主題探索的興趣與熱情。

其主要策略包括：

1. 選擇核心詞彙
2. 寫預測內容
3. 在概覽討論時，會運用類比和視覺想像
4. 畫概念圖

二、階段二（閱讀中）：幫助學生成為主動理解者與思考者

1. 互惠教學技巧(Reciprocal Teaching Techniques)

教師與學生互為伙伴 (partners)，

從教師示範到學生獨立

四個歷程是**摘錄重點**、**自問自答**、**澄清疑慮**、**預測後果**

大約 10 天的時間，學生可精熟此策略。

2. 插入法 (Insert)

Vaughn 和 Estes(1986)教師用一些話或符號，引導兒童閱讀文本時，填入適當的訊息，類似語句未完成測驗，例如：

×我認為困難的是

+ 新的訊息是

! 哇!

?? 我不理解

. . . . ☆☆ 很重要的

3. 圖示策略 (Mapping strategies)

三、階段三 (閱讀後): 穩固及延伸文本中的學習

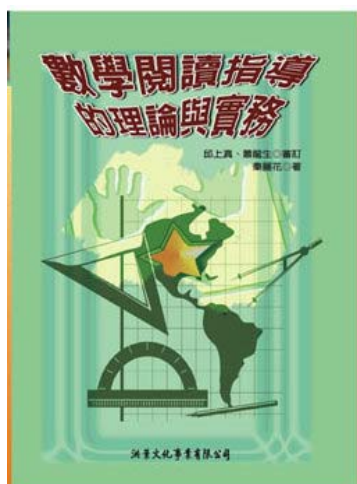
階段三的目標是協助學生:

1. 了解訊息的適用性;
2. 學習去分辨訊息的異與同,
3. 有興趣去閱讀,

教學技巧有

1. 與第一階段的語彙、預測做比較
2. 分析每一章節後的問題
3. 延伸學習的概念圖
4. 回頭看文本結構

詳細見 秦麗花 數學閱讀指導的理論與實務 洪葉出版社



捌、教學實例分享