普通物理學 振盪運動&波動 題庫

1.人類的心臟跳動的頻率為每分鐘 65 次。(A) 週期超過 1 s，頻率小於 1 Hz；(B)週期小於 1 s，頻率大於 1 Hz；(C)週期超過 1 min，頻率小於 60 Hz；(D)週期小於 1 min，頻率大於 60 Hz。

2.角頻率2π（單位 rad/s），週期（單位 s）的數值大小為 (A) $\frac{1}{2\pi}$； (B) 1； (C) 2； (D) 2π。

Sol:

$\because\ \omega = \frac{2\pi}{T}$

$\therefore\ 2\pi = \frac{2\pi}{T}$ ➔ $T = 1$

3.將物體垂直懸掛在 1 條彈簧上，這個物體除了受到彈力的作用外，同時也受到重力作用。當它作上下的簡諧振盪時， (A)重力會改變平衡點的位置，但不會改變振盪的頻率；(B)重力不會改變平衡點的位置，但會改變振盪的頻率；(C)重力會改變平衡點的位置，也會改變振盪的頻率；(D)重力不會改變平衡點的位置，也不會改變振盪的頻率。

4.將 1 kg 的物體垂直懸掛在 1 條彈簧上，如果它以 1 Hz 的頻率作簡諧振盪，則此彈簧的彈性係數（單位：N/m） (A) $4\pi^2$； (B) $\frac{1}{4\pi^2}$； (C) 2π； (D) $\frac{1}{2\pi}$。

Sol:

i) 彈簧振動的角頻率：$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ii) 角頻率和頻率的關係： $\omega = 2\pi f$

iii) $\because$ i) & ii)

$\therefore\ 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ➔ $2\pi \times 1 = \sqrt{\frac{k}{1}}$ ➔ $k = 4\pi^2$

5.以$x(t) = 6\sqrt{2}\cos(3t + \pi/4)$描述的運動，它是什麼運動？(A)等加速度運動； (B)轉動；(C)簡諧振盪； (D)圓周運動。

6.一個物體的運動可以$x(t) = 6\sqrt{2}\cos(3t + \pi/4)$來描述，其中 x 的單位是 m、t 的單位是 s，則這個物體來回一次的時間是幾秒？ (A) $6\sqrt{2}$； (B) 3； (C) $\pi/4$； (D) $2\pi/3$。

Sol:

方法 I

i) 彈簧振動的角頻率：$\omega = 3$

ii) 角頻率和週期的關係： $\omega = \frac{2\pi}{T}$

iii) $\because$ i) & ii)

$\therefore\ 3 = \frac{2\pi}{T}$ ➔ $T = 2\pi/3$

方法 II

$\because\ x(t + T) = x(t)$

$\therefore\ 3T = 2\pi$ ➔ $T = 2\pi/3$

7.一個物體的運動可以$x(t) = 6\sqrt{2}\cos(3t + \pi/4)$來描述，其中 x 的單位是 m、t 的單位是 s，則這個物體的最大速率是：(A) $6\sqrt{2}$ m/s； (B) $18\sqrt{2}$ m/s； (C) 3 m/s； (D) $\pi/4$ m/s。

Sol:

$\because\ v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-6\sqrt{2}\times 3\sin(3t+\pi/4)$

$\therefore\ v_{max}=18\sqrt{2}$

8.一個物體的運動可以$x(t)=6\sqrt{2}\cos(3t+\pi/4)$來描述，，其中 x 的單位是 m、t 的單位是 s，則這個物體的最大加速度值：(A) $54\sqrt{2}$ m/s^2； (B) $6\sqrt{2}$ m/s^2; (C) 3 m/s^2； (D) $\pi/4$ m/s^2。

Sol:

$\because v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-6\sqrt{2}\times 3\sin(3t+\pi/4)$

$\therefore\ a(t)=\frac{dv(t)}{dt}=-6\sqrt{2}\times 3\times 3\cos(3t+\pi/4)$

➔ $a_{max}=54\sqrt{2}$

9.單擺的長度為L、質量為 m，受到的重力加速度是g。作小角度擺動時，來回一次的時間是(A) $\sqrt{L/g}$； (B)$2\pi\sqrt{L/g}$； (C) $\sqrt{g/L}$； (D)$2\pi\sqrt{g/L}$。

10.小角度擺動單擺的週期如何增加 2 倍？ (A)移至重力加速度為地球 4 倍的地方；(B)它的長度增為原來的 4 倍； (C)擺動的角度增為原來的 4 倍； (D)它的質量增為原來的 4 倍。

Sol:

$\because$小角度擺動單擺的週期： $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore\ T\sim\sqrt{L}$ ➔長度增為原來的 4 倍，週期增為原來的$\sqrt{4}$倍。

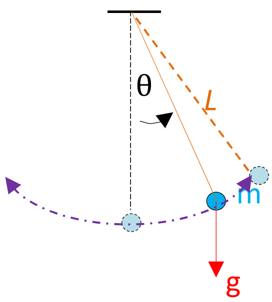
11.單擺的質量 m、轉動慣量 I、長度 L、偏移平衡位置的角度θ、受的重力加速度是 g，下列何者是描述單擺運動的方程式？ (A) $I\theta=-mgL\sin\theta$； (B) $I\frac{d\theta}{dt}=-mgL\sin\theta$； (C) $I\frac{d^2\theta}{dt^2}=-mgL\sin\theta$；(D) $I\frac{d^3\theta}{dt^3}=-mgL\sin\theta$。

Sol:

i)轉動力矩τ與轉動角度θ的關係式為：$\tau=I\alpha$，其中$\alpha=\frac{d^2\theta}{dt^2}$

ii)單擺的轉動力矩τ為重力所造成：$\tau=-mgL\sin\theta$，

其中負號表示力矩會使單擺轉回平衡位置。



iii) $\because$ i)&ii)

$\therefore\ -mgL\sin\theta=I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

12.單擺的質量 m、長度 L、偏移平衡位置的角度θ、受的重力加速度是 g，下列何者是描述小角度單擺運動的方程式？ (A) $mgL=mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$； (B) $mgL\theta=mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$； (C) $-mgL=mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$；

(D) $-mgL\theta = mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$

Sol:

i)承上題，$-mgLsin\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$

ii) 單擺的轉動慣量$I = mL^2$

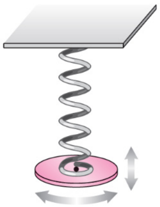
iii) ∵小角度擺動， ∴$sin\theta \sim \theta$

iv) ∵ i)~iii)

$\therefore -mgL\theta = mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}$

13.一條彈簧懸掛著一個圓盤（如下圖），圓盤的半徑是 R、質量是 m、轉動慣量是$\frac{1}{2}$mR^2，彈簧的彈性常數是 k、扭轉常數是 κ。問：垂直振盪的角頻率與水平扭轉的角頻率相等時的 R 值？

(A) $\sqrt{\frac{2\kappa}{k}}$； (B) $\sqrt{\frac{2k}{\kappa}}$； (C) $\sqrt{\frac{3\kappa}{k}}$； (D) $\sqrt{\frac{3k}{\kappa}}$



Sol:

i) 振動角頻率是： $\omega_{振} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ii) 扭動角頻率是：$\omega_{扭} = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$，其中$\mathrm{I} = \frac{1}{2}\mathrm{mR}^2$

iii) 振動角頻率與扭動角頻率相等：$\sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\frac{1}{2}\mathrm{mR}^2}}$ ➔ $\mathrm{R} = \sqrt{\frac{2\kappa}{k}}$

14.質量 m 的物體受了彈力及摩擦力在x方向運動，其中彈力係數為 k、摩擦力的阻尼常數為 b；下列何者是描述阻尼振盪的運動方程式？ (A) $m\frac{d^2x}{dt^2} = +b\frac{dx}{dt} - kx$；(B) $m\frac{d^2x}{dt^2} = +b\frac{dx}{dt} + kx$；

(C) $m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt} + kx$；(D) $m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt} - kx$。

15.質量 m 的物體受了彈力及摩擦力，其中彈力係數為 k、摩擦力的阻尼常數為 b；大約要經過多久的時間，振盪的幅度會降為三分之一？ (A) $\frac{m}{3b}$；(B) $\frac{3b}{m}$；(C) $\frac{2m}{b}$；(D) $\frac{2b}{m}$。

Sol:

i) 阻尼振盪的解： $x(t) = A_d e^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega_d t + \emptyset_{0d})$，其振幅為$A_d e^{-\frac{b}{2m}t}$。

ii) 振盪的幅度會降為$\frac{1}{3}$，

$\because$ 指數 e 大約是 3，

$\therefore\ \frac{1}{3} \sim \frac{1}{e} = e^{-1}$。

iii) $\because\ e^{-\frac{b}{2m}t} = e^{-1}$

$\therefore\ t = \frac{2m}{b}$

16. 質量 m 的物體受了彈力及摩擦力，其中彈力係數為 k、摩擦力的阻尼常數為 b；在振幅減至原始值的 1/e 前，此系統大約會產生多少次振盪？ (A) $\frac{\sqrt{mk}}{\pi b}$；(B) $\frac{\sqrt{mk}}{2\pi b}$；(C) $\frac{\pi\sqrt{mk}}{b}$；(D) $\frac{2\pi\sqrt{mk}}{b}$。

Sol:

i) 承上題，振幅減至原始值的 1/e 所花的時間為$t = \frac{2m}{b}$

ii)阻尼振盪的週期以簡諧振盪的週期$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$來近似

ii)在振幅減至原始值的 1/e 前，此系統會產生的振盪次數為$\frac{t}{T} = \frac{\frac{2m}{b}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{\sqrt{mk}}{\pi b}$

17. 250 g 的質量裝在一個彈性常數為$k = 4$ N/m的彈簧上。該系統的阻尼常數為$b = 10^{-2}$ kg/s。在振幅減至原始值的 1/e 前，此系統大約會產生多少次振盪？ (A) 10 次； (B) 20 次； (C) 30 次； (D) 40 次。

Sol:

i) 承上題，振盪次數為$\frac{\sqrt{mk}}{\pi b}$

ii) $\frac{\sqrt{0.25\times4}}{\pi\times10^{-2}} \sim 32$

18.汽車的避震器之所以可以運作是因為涉及到下列那種運動？ (A)簡諧振盪；(B)弱阻尼振盪(under-damped oscillation)； (C)臨界阻尼振盪(critically-damped oscillation)； (D)過阻尼振盪(over-damped oscillation)。

19.波長 0.3 mm、頻率 5.0 MHz 的超音波，其波速為何？ (A)6×10^9 m/s; (B)6×10^6 m/s; (C)1.5×10^3 m/s; (D)1.5 m/s。

Sol:

$\because v = \lambda f$

$\therefore v = (0.3\times10^{-3})(5\ \times 10^6) = 1.5\times10^3$

20.波長 0.3 mm、頻率 5.0 MHz 的超音波，其波數(wave number)大約為何？ (A) 15000 m；(B) 15000 m^{-1}；(C)20000 m；(D) 20000 m^{-1}。

Sol:

$\because k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\therefore k = \frac{2\pi}{0.3\times10^{-3}} \sim 20000$

21.波數k、角頻率ω與波速v，三者的關係為 (A) $v = k\omega$；(B) $v = \frac{1}{k\omega}$；(C) $v = \frac{\omega}{k}$；(D) $v = \frac{k}{\omega}$。

22.數學函數$f(x - vt)$可以用來描述 (A)往正x方向行進的波；(B)往負x方向行進的波；(C)往正x方

向及往負x方向行進的疊加波；(D)在x方向的駐波。

23. 下列何者是波動方程式的型式？ (A) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = v\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$; (B) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$; (C) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$； (D) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$。

24. 行進波的位移可表示為：$y = 1.3\cos(0.63x + 0.31t)$，其中 x 與 y 的單位是 m，t 的單位為 s。問：波長的大小？ (A) 1 m； (B) 5 m； (C) 10 m； (D) 15m。

Sol:

i)波的一般型式為：$y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t)$，

$y = 1.3\cos(0.63x + 0.31t)$與之相比，得：$k = 0.63$

ii) $\because\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\therefore\ 0.63 = \frac{2\pi}{\lambda}$

➔ $\lambda \sim 10$

25. 行進波的位移可表示為：$y = 1.3\cos(0.63x + 0.31t)$，其中 x 與 y 的單位是 m，t 的單位為 s。問：週期的大小？ (A) 10 s； (B) 20 s； (C) 30 s； (D) 40 s。

Sol:

i)波的一般型式為：$y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t)$，

$y = 1.3\cos(0.63x + 0.31t)$與之相比，得：$\omega = 0.31$

ii) $\because\ \omega = \frac{2\pi}{T}$

$\therefore\ 0.31 = \frac{2\pi}{T}$

➔ $T \sim 20$

26. 行進波的位移可表示為：$y = 1.3\cos(0.63x + 0.31t)$，其中 x 與 y 的單位是 m，t 的單位為 s。問：速度的大小？ (A) 0.5 m/s； (B) 1 m/s； (C) 5 m/s； (D) 10 m/s。

Sol:

i)波的一般型式為：$y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t)$，

$y = 1.3\cos(0.63x + 0.31t)$與之相比，得：$k = 0.63\ \ \&\ \ \omega = 0.31$

ii) $\because\ v = \frac{\omega}{k}$

$\therefore v = \frac{0.31}{0.63} \sim 0.5$

27.質量 5 kg、長 50 m 的繩子受到了 100 N 的張力，對其作小擾動產生繩波，繩波的波速大約為 (A) 10 m/s；(B) 25 m/s；(C) 30 m/s；(D) 50 m/s。

Sol:

繩波的波速 $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$\because T = 100\ \ \&\ \ \mu = \frac{5}{50} = 0.1$

$\therefore$繩波的波速 $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{0.1}} \sim 30$

28.強度的單位？ (A) J/m^2； (B) W/m^2；(C) J/m^3； (D) W/m^3。

29.迎面而來的救護車所發出的警笛聲，(A)波長變長； (B)波長變短； (C)波速變快； (D)波速變慢。

30.迎面而來的救護車所發出的警笛聲， (A)頻率變高； (B)頻率變低； (C)波速變快； (D)波速變慢。

31.以時速 17 m/s 行進的汽車發出 380 Hz 的喇叭聲，假設聲速為 343 m/s，那麼站在車前的行人所聽到的頻率大約為何？ (A)340 Hz； (B)360 Hz； (C)380 Hz； (D)400 Hz。

Sol:

站在車前的行人所聽到的頻率：$\mathrm{f}' = \frac{\mathrm{f}}{1-\frac{\mathrm{u}}{\mathrm{v}}}$

$\mathrm{f}' = \frac{380}{1-\frac{17}{343}} \sim 400$

32.一台停止不動的警車發出的 85 Hz 的警笛聲，另一台消防車以 120 km/h 的速度往警車方向行進，假設聲速為 343 m/s。問：坐在消防車上的消防員所感受到警笛聲的頻率為何？ (A) 77 Hz； (B) 85 Hz； (C) 93 Hz； (D) 101 Hz。

Sol:

i) 聲速 v 343 m/s。

ii) 跑向聲源的速度 u 為 120 km/h，換算為 33.3 m/s。

iii) 消防員所感受到的頻率為$\mathrm{f}' = \mathrm{f}\left(1+\frac{u}{v}\right) = 85\left(1+\frac{33.3}{343}\right) = 93$，單位 Hz。