國立新竹高級工業職業學校 100 學年度第一次教師甄試數學科試題

※每題 7 分，共 15 題。

(1) 設 A、B、C 是三個集合，試證明：$A\cap B=A\cup B\Rightarrow A=B$。

(2) 求$y=\dfrac{1+\sin x}{3+\cos x}$的極值。

(3) 證明$\begin{vmatrix} a & bc & b+c \\ b & ca & c+a \\ c & ab & a+b \end{vmatrix}=(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$

(4) $(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3+\ldots\ldots+(1+x)^{20}$展開式中，$x^3$ 項之係數爲？

(5) 設 $f(x)=ax^8+bx^7+1$可被$(x-1)^2$整除，則$a=$________，$b=$________。

(6) 設$\left|\overrightarrow{a}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=4$，且$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 之夾角為$60°$，試求 $\left|t\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|$之最小值。

(7) 求滿足$x^2-4xy+5y^2+4x-6y+3=0$ 的整數解$(x，y)$。

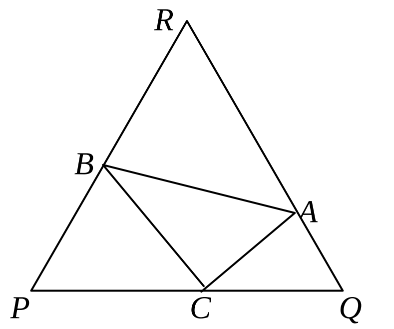
(8) 若 $\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ，求$(4+\omega+\omega^2)(1+2\omega+\omega^2)(1+\omega-2\omega^2)$之值。

(9) 求所有正整數的平方除以 4 的餘數。

(10)若直線 L 過點 $(-4,1)$ 且與兩軸所圍三角形面積為 1，求 L 的方程式。

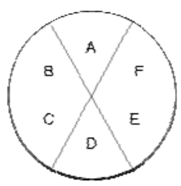
(11)如右圖，ΔPQR 為正三角形，ΔABC 為直角三角形，$\angle ACB=90°$，

已知$\overline{PC}=15$ ，$\overline{PB}=\overline{CQ}=10$，求$\overline{AQ}$之長度為__________ 。



(12)箱子中有大小相同紅、黃、藍三種顏色的球共 200 個，若一次取兩球，則取到紅球個數的期望值是 0.6 球。若一次取五球，則取到黃球個數的期望值是 1.2 球。則箱子中共有幾個藍色球？

(13)用 5 種顏色來塗下圖之六個區域 A、B、C、D、E、F，每一區域一色，相鄰區域異色，顏色可重複取用，顏色不一定全用，求塗法有幾種？



(14) 設 $z^5=32$ 之五個根在複數平面上，對應點依次為 A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 ，則 $\overline{A_0A_1}\cdot\overline{A_0A_2}\cdot\overline{A_0A_3}\cdot\overline{A_0A_4}=$？

(15)設 $f(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)(x-6)(x-8)(x-10)}{(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)(x-9)}$ ，則 $f'(6)$ 。