國立臺中文華高級中學 100 學年度第一次教師甄選
數學科測驗題解答

數學科填充題答案

1　$\frac{-1006}{1005}$	9　20
2　$\frac{-4}{25}$	10　60
3　4200	11　$\frac{2}{3} < P < 1$
4　$5\sqrt{13}$	12　$\frac{16}{3}$
5　$\frac{17}{16}$	13　$f(x) = x^2 + x + \frac{1}{6}$
6　16	14　71
7　$5-\sqrt{13}$	15　$\frac{1}{\sqrt{7}}$
8　4	16　$\frac{8}{\sqrt{35}}$

測驗說明：
1. 本試題分為兩部分：填充題與計算證明題。
2. 題目共兩頁，請依序於答案卷上作答，不需抄題，填充題不需列出計算過程，計算證明題請清楚標明題號再作答，並詳列演算過程或理由。
3. 不得自行攜帶計算紙張(試務中心會提供一張計算紙)或使用量尺工具、計算機等電子產品。

一、填充題(第 1 題至第 8 題每題 4 分，第 9 題至第 16 題每題 6 分，共 80 分)

1. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$，若 $f(2)=2011$，試求 $f(f(2)) =$_________。

2. 試求 $\int_0^2 x^2(1-x)^{23}\,dx =$_________。

3. 將甲乙丙丁戊己庚七人分成 A、B、C、D 四組（每組至少一人），若甲乙丙三人均不同組，其分法數有_______種。

4. 設 $x>0$，求方程式 $\sqrt[3]{x+18} - \sqrt[3]{x-18} = 3$ 的解_________。

5. 設 $x^4-3x^3+5x^2+x+2=0$的四根爲 a,b,c,d,則 $\dfrac{1}{2-a}+\dfrac{1}{2-b}+\dfrac{1}{2-c}+\dfrac{1}{2-d}=$________。

6. 空間坐標中，設 $0\le x+2y\le 6$， $-1\le x-3y+z\le 3$， $1\le x+3y-2z\le 7$所圍成的平行六面體爲 Γ，則 Γ的體積________。

7. 曲線 Γ ：$3x^2+6xy+7y^2-12=0$ 上一點 $P(h、k)$，則 h^2+k^2 最小值爲________。

8. 設 P爲雙曲線Γ：$x^2+6xy+y^2+10x-2y+1=0$ 上任一點，F 與 F'是Γ 的兩個焦點，$|\overline{PF'}-\overline{PF}|=$ ________。

9. 若 $k=1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}}+\ldots\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{120}}$, 求$[k]=$________。

10. 某百貨公司想在周年慶時辦理抽獎遊戲，辦法如下 ： 設置 3 個不同的抽獎箱，每個抽獎箱中至少有 1 個球且只有 1 個紅球，其它皆爲白球，而從 3 個抽獎箱都抽出紅球者即爲中獎，百貨公司希望這遊戲中獎的機率是$\frac{1}{200}$，試問 3 個抽獎箱內白球球數的配置有________種方法。

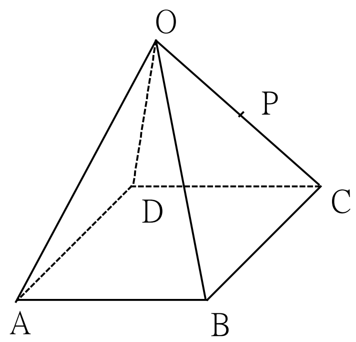
11. 假設每一架飛機的引擎在飛行中出現故障率爲$1-p(p<1)$ ，且各引擎是否有故障是獨立的，如有至少 50%的引擎能正常運行，飛機就可成功飛行。若 4 引擎飛機比 2 引擎飛機更爲安全，求 p 的範圍________。

12. 求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^5+3^5+\ldots+(2n-1)^5}{n^6}=$________。

13. 已知 $f(x)$ 是連續函數且$\int_{x-1}^{x} f(t)dt=x^2,\forall x\in R$ ，求 $f(x)=$________。

14. 箱子裡有若干個大小相同的號碼球，其中i號球有i個($i=2k-1,k=1,2,\ldots,50$)。從箱子裡取出一球，每球被取的機會均等。今計算該球之球號與某數a之差的絕對值。爲使這些差的絕對值之期望值爲最小，求a值爲________。

15. 四角錐$OABCD$中， $ABCD$爲正方形，ΔOCD爲正三角形，平面OCD垂直平面$ABCD$ ，若兩平面OBD與OBC所夾銳角爲θ ，求$\cos\theta=$________。



16. 平面上有兩個橢圓，其中一個橢圓爲$\Gamma_1 : x^2 + 2y^2 = 1$，另一個橢圓$\Gamma_2$爲$\Gamma_1$繞原點逆時針旋轉$60^0$。已知這兩個橢圓相交於四個點，逆時鐘順序依次連成一個四邊形，請問該四邊形的面積________。