

# 102 年度特殊教育教學示例

## 國小資優教育數學教學設計-胃痛拼圖話三角

台南市鹽水國小 何鳳珠老師

### 壹、設計理念

在偶然的機會接觸到這個 1998 年才”問市”的胃痛拼圖圖樣，初步直覺它不過是一般的拼圖罷了，與七巧板可能大同小異，只是切得比較多塊而已，當下心想：要製作這樣的拼圖，不也就是將正方形做切割再行拼組，有何難嗎？但在一次的工作坊中，我再次對它深思，發現它是如此的不可思議，切割的方法其線段比例不是 1:1 就是 1:2，且拼法在被伊利諾大學的電腦科學家比爾·卡特勒利用電腦演算法的語言設計軟體程式，找出了這個胃痛拼圖排成正方形的可能組合數，共 17152 種排法，實在太不可思議了，因為任何一種巧板拼圖都不可能會有如此多種的拼法，雖無法理解電腦是怎麼找出來的，但是，我發現是可以用基本的”取代”與”旋轉”找到很多不同的組合方式，這種基礎組合學是可以運用在資優教育的課題中。除了拼組的探究外，也可運用在國小幾何教學中，學習的概念是等底等高的三角形面積相等，再連結比例概念，將可以讓這組胃痛拼圖發揮其神奇妙用，在設計此課程時，仔細思量其 17152 種拼法究竟是如何推算出來的，要一一拼組是不可能的，在摸索中竟然感受的組合概念應用的神奇，也終於明瞭在胃痛拼圖浮出表面時，讓許多數學家為之瘋狂，因此，將阿基米德的胃痛拼圖融入「問題導向學習(Problem Based Learning, PBL)」的九步驟，強化以學生為中心的自我導向學習、分組合作學習，以真實生活為基礎，強化體驗與實作學習。也藉此來強化學生批判思考能力、問題解決能力以及創造力。

### 貳、教學分析

#### 一、教材分析

1. 本教案是以九年一貫能力指標【5-n-18】、【6-n-09】、【6-n-13】為基礎，進行主題活動的開發，以”胃痛拼圖”為媒介素材，引導資優生將概念知識做延伸應用。

(1) 5-n-18 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)

概念應用：① 三角形由同頂點連接底邊的任何一點，會將三角形分割成兩個等高的三角形

② 等底等高的三角形面積相等

② 相同圖形的取代與旋轉

(2) 6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

**概念應用：**①高相同的兩個三角形，其面積比為底邊長度比

(3) 6-n-13 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-a-04)

**概念應用：**①基準量與比較量的應用

②簡易的組合搭配推算

## 二、學生分析

1. 筆者任教的學生是五、六年級資優資源班，學生的數學知識能力是在原班級養成，平均每週會到資源教室來上一節多元數學課程，採小組教學，每組人數 2－5 人。
2. 此班學生是經台南市政府鑑輔會，依多元多階段管道鑑定通過的一般智能優異學生，雖然都是一般智能優異學生，但還是有個別差異。
3. 學生喜歡資優資源班所給予的多元數學課程，因為可以充份的討論、思考及挑戰。

## 三、教學方法分析

PBL ( Problem-Based Learning )問題導向學習的重要組成元素是問題、產出、學習者和教師四者，強調學習始於真實問題、學習表現以產出來衡量、學習者是學習主導者、教師是學習促進者。教師在教學過程中，透過問題或情境誘發學生思考，並建立學習目標，鼓勵學生進行小組討論，培養主動學習的態度，在小組合作學習的過程中，不僅能促進知識的生成，同時也可以培養溝通技巧、團隊合作、解決問題、獨立自主的學習、以及訓練團隊成員彼此尊重。

「問題導向學習」可以培養學生批判性思考及反思的技巧，從問題解決中，提升學生的創造力。「問題導向學習」源自於醫學教育，在國外早已行之有年，且普及至法律、商業教育及行政管理等學科領域 (Beebe, 1994; Cordeiro &Campbell, 1995; West & Watson, 1996)。「問題導向學習」的主要特徵：(Cordeiro &Campbell, 1995; Gallagher, Sher, Stepien & Workman, 1995; West &Watson, 1996)

- (1)以問題為學習的起點。
- (2)問題必須是學生在其未來的專業領域可能遭遇的非結構式的問題。
- (3)學生的一切學習內容是以問題為主軸所架構的。
- (4)偏重小組合作學習，較少講述法的教學。
- (5)學生須擔負起學習的責任，教師的角色是指導後設認知學習技巧的教練。

在評量方面，若評量的範疇只是形式上要求學生記憶片斷性事實，那麼 PBL 的教育新思潮將大打折扣，筆者認為應依課程的基本原則及課程目標，採取一系列不同的評估方式，例如：幾何包含關係的簡易論證、開放式的探索單等。在小組中學生的活動表現也可列入評估：

- (1) 個別的評比：可由老師記錄學生的發表狀況，或是針對學生的實際操作表現來給分，亦或是學生互評。
- (2) 團體的評比：即依整組表現來評分，當組員在討論中能做出有效的批判性或建設性的互動，溝通技巧良好，彼此相互尊重，都應該給予加分。

“胃痛拼圖”是一個跳脫傳統的課題，課程核心鎖定在三角形等底等高面積相等及比例概念，因此，將它融入在問題導向的學習中，期望透過這樣的學習，引導學生學會觀察、探索、推理、發表、溝通、討論與合作，能將既有的知識深化與擴充應用，生成多元的解法與思考向度。以下是「胃痛拼圖話三角」中的 PBL 問題解決九步驟〈架構的生成參考李坤崇教授的問題解決九步驟〉：

步 驟	重 點
A. 搜尋問題與設計教材	1. 教材元素～拼圖 2. 概念學習～等底等高、組合、基準量與比較量
B. 決定分組模式	每組 4-8 人，採異質分組
C. 呈現生活或實際問題	如何判斷區塊面積的大小關係
D. 瞭解並界定問題	1. 如何等分區塊面積 2. 區塊間的比例關係 3. 如何拼出多組解
E. 小組假設可能解決方法	1. 以分數乘除法推論面積關係 2. 結合部分區塊進行翻轉旋轉拼組
F. 個別、小組搜集與推演假設	1. 小組間進行討論、對話 2. 尋找共識解決問題
G. 提出解決方案，並予以驗證或修改假設	1. 小組分享解法 2. 同儕提出批判或建議，進行再修正
H. 分組或個別展現成果	1. 畫出指定大小的區塊 2. 能利用組合原理說明不同的拼組
I. 評量解決問題的成果	1. 小組出題解題 2. 考驗學童多元解法

#### 四、課程概念架構圖


指標/單元名稱/活動/策略/評量方式

胃痛相見歡		胃痛大三角		胃痛大會串		胃痛奇跡	
活動目的	能對圖形進行等分割，並嘗試拼組。	活動目的	能區辨兩兩區塊間的關係	活動目的	運用三角形性質推論各區塊間的關係	活動目的	運用旋轉、翻轉、替代體驗簡易的組合
內容項目	1. 嘗試拼組 2. 觀察胃痛拼圖，並思考如何進行等分割。	內容項目	1. 尋找面積比為1:1、1:2的兩區塊 2. 探究各區塊間的大小關係 3. 檢驗搶答	內容項目	1. 探究七巧板區塊間的關係 2. 指定不同的單位區塊，探究胃痛拼圖各區塊間的關係 3. 延伸應用	內容項目	1. 體驗4個直角三角形拼組成正方形 2. 利用旋轉、翻轉、替代進行組合變化 3. 簡單組合數的推論
評量	討論、發表、實作、任務單	評量	討論、發表、搶答	評量	討論、歸納、發表、實作、家課單	評量	實作、討論、發表歸納

### 參、教學活動設計

單元名稱	幾何圖形	適用年級	六年級
課程名稱	胃痛拼圖話三角	教學時間	160分鐘
設計者	何鳳珠	教材版本	自編
指導教授	劉祥通教授、李坤崇教授、呂玉琴教授		
教學準備	教學互動教材簡報、實物投影機、拼組簡報檔、12*12方格紙、胃痛拼圖組&方格底、胃痛拼圖基模組數片、夾鍊袋、古氏積木棒(計分用)、美工刀、直尺、粗簽字筆、切割墊		
教學目標	1. 能運用等底等高之三角形面積相等的概念，探究兩區塊間面積關係。 2. 能運用三至五角形的重組，解決非例行性問題。 3. 能利用圖形的等分割完成胃痛拼圖的切割。 4. 能依給定的區塊大小，找出相關的區塊(相同高的三角形)依序推理。 5. 能運用鏡射、旋轉、等量代換等策略進行拼組，並進行簡易組合數的推算。 6. 能適切表達、分享想法及解決問題策略，增進分組合作學習的能力。		
能力指標/學習指標		具體目標	
【數學領域能力指標】		1-1 能分辨由一個三角形分割出來的兩個小三角形其高相等。	
N-3-15 能認識比、比值與正比的意義，並解決生活中的問題。		1-2 能理解等底等高的三角形，其面積相等。	
N-3-22 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。		1-3 能理解高相等的兩三角形，其底邊長度的比即為面積比。	

<p>A-3-02 能由生活中常用的數量關係，運用於理解問題，並解決問題。 (N-3-18)</p> <p>S-3-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p> <p>C-S-03 能瞭解如何利用觀察、分類、歸納、演繹、類比等方式來解決問題。</p> <p>C-C-08 能尊重他人解決數學問題的多元想法。</p> <p>C-E-02 能由解題的結果重新審視情境，提出新的觀點或問題。 【特殊需求領域~○○能力指標】</p> <p>2-2-1-4 能針對各種構想加以探討調整的可能性(如：取代、結合、消除、擴大等)</p> <p>2-3-1-6 能在各種不同構想間提出組合或重整的可能性</p> <p>2-3-2-4 能提出構想間最有可能的組合或調整的模式</p> <p>3-3-1-1 針對現象或問題提出自己的看法或解答方式</p> <p>3-3-2-2 能提出達到問題解決相同目的多元模式</p> <p>3-1-3-1 能在思考後提出與他人不同的看法</p>	<p>2-1 能依據形體邊長及角度進行拼組。</p> <p>3-1 能思考圖形切割順序。</p> <p>3-2 能進行圖形的等分割。</p> <p>4-1 能依據給定的區塊找到相關的等高三角形。</p> <p>4-2 能以最小區塊為單位量，推論出其它區塊的大小。</p> <p>4-3 能以最大區塊為單位量，推論出其它區塊的大小。</p> <p>4-4 能將任意區塊視為新的單位量，並推論出相對應的區塊大小。</p> <p>4-5 能察覺相對區塊間的比例關係。</p> <p>4-6 能運用相關概念解決幾何問題。</p> <p>5-1 能運用鏡射、旋轉變化出不同的組合。</p> <p>5-2 能運用全等圖形進行交換或替代，變化不同的組合方式。</p> <p>5-3 能進行簡易組合數的推算。</p> <p>6-1 能充分進行溝通與分享。</p> <p>6-2 能思考可行的解決方法。</p> <p>6-3 能進行合作學習，並尊重他人的多元想法。</p>				
<b>融入議題與能力指標</b>		<b>十大基本能力</b>			
<b>議題</b>	<b>能力指標</b>				
人權教育	2-4-1 瞭解文化權並能欣賞、包容文化差異	六、文化學習與國際瞭解			
<b>能力指標</b>	<b>教學內容</b>	<b>時間</b>	<b>評量方式</b>	<b>具體目標</b>	

	<p><b>&lt;準備活動&gt;</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學童進行異質分組，每組 4-8 人。</li> <li>2. 備妥教學互動教材簡報、實物投影機、拼組簡報檔。</li> <li>3. 備妥 12*12 方格紙、胃痛拼圖組&amp;方格底、胃痛拼圖基模組數片、夾鍊袋、古氏積木棒(計分用)</li> <li>4. 準備美工刀、直尺、粗簽字筆。</li> <li>5. 說明活動計分規則： <ol style="list-style-type: none"> <li>a. 古氏積木棒分五等級(1~5 分)</li> </ol>  <ol style="list-style-type: none"> <li>b. 依據不同深度的活動給定的計分也不同，由現場學童表現給定。</li> <li>c. 加分表現： <p>秩序良好、發表踴躍、提出建設性的批判或建議、創意表現等</p> </li> </ol> </li> </ol>		
	<p><b>【第一節～胃痛相見歡】</b></p> <p><b>一、引起動機</b></p> <p>介紹胃痛拼圖的由來：1998 年的一場拍賣會上，有一本其貌不揚的古書，以<u>美金 200 萬元</u>的高價成交。外表看像是中世紀的祈禱書，磨損不堪，布滿發霉的痕跡，但隱約可看見被擦拭掉的字跡，透過高科技的掃瞄，發現這些字跡傳抄自古代科學家阿基米德的抄本，且祈禱書最後一頁原本是<u>阿基米德</u>稱為《胃痛》的一篇文章。</p>	5 分	

<p>C-S-03</p>	<p>二、發展活動</p> <p>1. 挑戰熱身賽～拼組正方形</p> <p>(1) 給予各組一份胃痛拼圖組及一張方格底。</p>  <p>(2) 限時 5 分鐘，利用 14 片元件做圖形拼組，最高目標～拼出正方形。</p> <p>(3) 計分標準：(需排在方格內才計分)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 20 分：拼出完整的大正方形</li> <li>➤ 10 分：拼出一半(三角形)</li> <li>➤ 10 分：拼出一半(長方形)</li> <li>➤ 4 分：利用 4 片元件拼出三角形</li> <li>➤ 3 分：利用 3 片元件拼出三角形</li> <li>➤ 2 分：利用 2 片元件拼出三角形</li> </ul> <p>(4) 計分統計。</p> <p>(5) 將拼圖放入夾鍊袋中交回。</p>	<p>8 分</p>	<p>操作討論</p>	<p>2-1 能依據形體邊長及角度進行拼組。</p>
<p>3-3-1-1</p>	<p>(6) 發表拼組過程的想法及遇到的問題。</p> <p>(7) 組合學家已經確認出來，這組胃痛拼圖共有 17152 種拼成正方形的方法，很神奇吧！現在的我們竟然一個也拼不出來，也許這裡頭帶著一些玄機。現在，我們就先來好好認識一下這個胃痛拼圖的真面貌吧！</p>	<p>5 分</p>	<p>發表想法</p>	<p>6-1 能充分進行溝通與分享。</p>

N-3-22

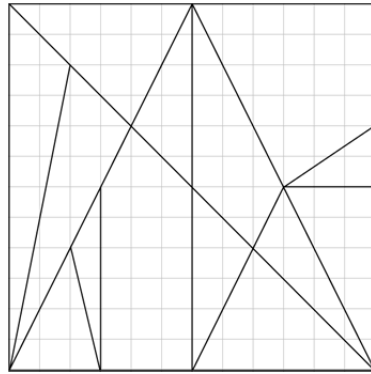
## 2. 分割胃痛拼圖

15 分

- (1)發給每組一張 12\*12 方格紙、直尺及粗的簽字筆。

註：方格紙中標註中線方便學童辨認取中點。

- (2)引導學童進行胃痛拼圖切割。



- a. 說說看，這個正方形第一刀該從哪裡切下？
- b. 第二刀要切哪裡呢？從哪裡切到哪裡？
- c. 第三刀要切哪裡呢？取哪一點做切割呢？
- d. 以此類推，直到 14 個區塊分割完成。

註：為了進行接下來的三角區塊探究，建議引導學童先將正方形分割成 4 個直角三角形後，再來做局部的切割。

## 三、綜合活動

1. 再次將各組切割出來的 14 片元件嘗試拼組回正方形，並發表看看你發現了什麼。
2. 統計各組得分，最優的組別發給每人胃痛拼圖組一組，課後可以再續探究之。

7 分

發表

3-1 能思考圖形切割順序。

實作

發表

3-2 能進行圖形的等分割。

C-S-03

C-E-02

操作

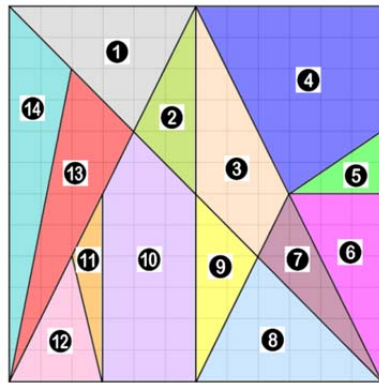
2-1 能依據形體邊長及角度進行拼組。



## 【第二節～胃痛大三角】

### 一、引起動機

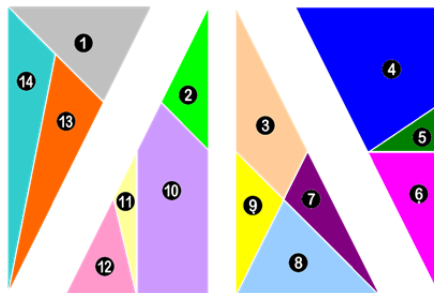
1. 找找看這組”胃痛拼圖”的切割圖中，哪兩個相鄰的三角形面積比是1：1？為什麼？
2. 找找看這組”胃痛拼圖”的切割圖中，哪兩個相鄰的三角形面積比是1：2？為什麼？
3. 說說看，**5**和**6**的面積比是多少？你是怎麼知道的？



### 二、發展活動

#### <區塊關係探究>

- (1) 教師準備胃痛拼圖切割後的4種直角三角形，各組抽選一張。



- (2) 小組分析討論各區塊面積比各是多少？

5分

發表  
討論

1-1 能分辨邊相鄰的三角形其高相等。

1-2 能理解等底等高的三角形，其面積相等。

1-3 能理解高相等的兩三角形，其底邊長度的比即為面積比。

25分

討論

1-1 能分辨邊相鄰的三角形其高相等。

1-2 能理解等底等高的三角形，其面積相等。

1-3 能理解高相等的兩三角形，其底邊長度的比即為面積比。

發表

6-1 能充分進

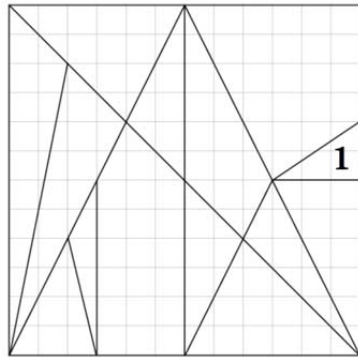
N-3-15  
N-3-22  
S-3-01

C-S-03  
3-3-2-2

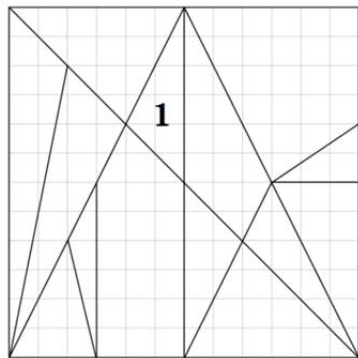
N-3-15  
N-3-22  
S-3-01

C-C-08

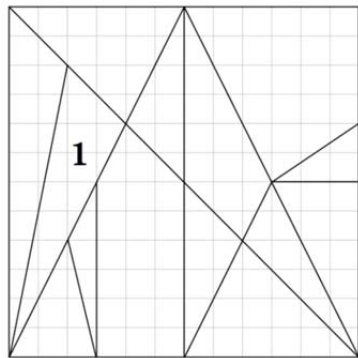
<p>3-3-2-2</p> <p>S-3-01</p>	<p>(3)分組上台分享，是如何推算出來的？</p> <p><b>三、綜合活動</b></p> <p>&lt;挑戰擂台賽&gt;</p> <p>活動說明：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>點選一道門，決定挑戰的三角形。</li> <li>按數字燈看數字落在哪一個區塊，即代表此區塊的面積。</li> </ol> <p>說明：數字燈顯示的數字會變化，即給定某區塊的數字並沒有固定是1。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>搶答其它區塊的面積，並說出為什麼？</li> </ol>	<p>10分</p>	<p>搶答</p> <p>發表</p>	<p>行溝通與分享。</p> <p>4-4 能將任意區塊視為新的單位量，並推論出相對應的區塊大小。</p>
<p>N-3-22</p> <p>N-3-15</p> <p>N-3-22</p> <p>S-3-01</p> <p>C-C-08</p> <p>A-3-02</p>	<p><b>【第三節～胃痛大會串】</b></p> <p><b>一、引起動機</b></p> <p>展示七巧板的切割圖，指定最小區塊為1，請學生搶答其它區塊各是多少。</p> <p><b>二、發展活動</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>各組抽一張工作單【胃痛拼圖區塊推理】(各組任務不同)，依據圖上指定的區塊為1的情況下，探究其它區塊各是多少，並上台分享其推理的過程與結果。</li> </ol> <p>(1)工作單一：(難度★)</p>	<p>5分</p> <p>25分</p>	<p>搶答</p> <p>討論</p> <p>歸納</p> <p>發表</p>	<p>4-2 能以最小區塊為單位量，推論出其它區塊的大小。</p> <p>4-1 能依據給定的區塊找到相關的等高三角形。</p> <p>4-2 能以最小區塊為單位量，推論出其它區塊的大</p>



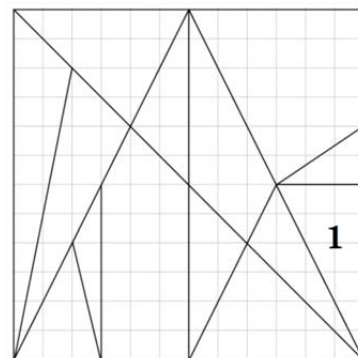
(2)工作單二：(難度★★)



(3)工作單三：(難度★★★)



(4)工作單四：(難度★★★★)



小。

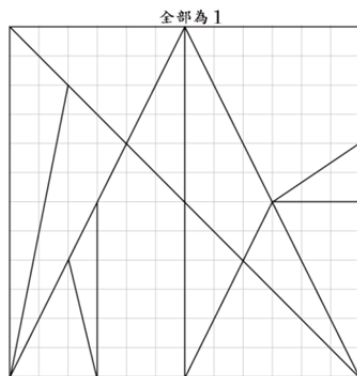
4-4 能將任意區塊視為新的單位量，並推論出相對應的區塊大小。

4-4 能將任意區塊視為新的單位量，並推論出相對應的區塊大小。

4-4 能將任意區塊視為新的單位量，並推論出相對應的區塊大小。

N-3-15  
3-3-2-2

(5)工作單五：(難度★★★★★)



2. 說說看，從這5張實作單中，你發現了什麼？

### 三、綜合活動

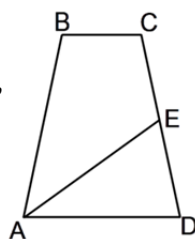
C-S-03  
C-E-02

發給學生一張家課單，當試運用此單元的學習概念來解決國中基測裡的幾何問題，鼓勵學生以開放式的方式來寫下自己的想法。

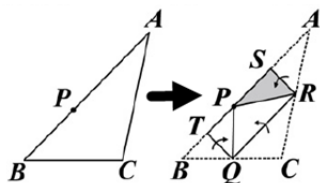
10分

實作

(1) 已知  $AD=2BC$ ，只知梯形的面積是 66，若 E 為 CD 的中點，則 ADE 面積是多少？



(2) 將三角形 ABC 的三個頂點往 P 點折，已知三角形 ABC 面積為 16，四邊形 PTQR 的面積為 5，那麼你能找出灰色區塊 SRP 的面積是多少嗎？




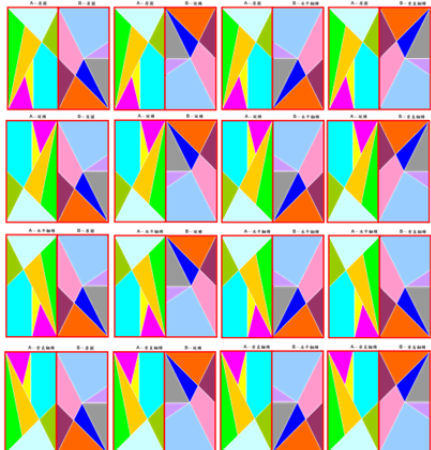
4-3 能以最大區塊為單位量，推論出其它區塊的大小。

歸納

4-5 能察覺相對區塊間的比例關係。

4-6 能運用相關概念解決幾何問題。

S-3-01	<p style="text-align: center;"><b>【第四節～胃痛奇跡】</b></p> <p><b>一、引起動機</b></p> <p>1. 全班分四組，各組領取一個夾鍊袋，並利用裡面的元件拼成一個直角三角形，然後四組再合併成一個大正方形。</p> <p>2. 想想看，有幾種不同的合併方式呢？</p>	5分	操作	6-3 能進行合作學習，並尊重他人的多元想法。
2-2-1-4	<p><b>二、發展活動〈終極任務〉</b></p> <p>1. 想想看，數學家怎麼找出這組胃痛拼圖要排成正方形可以有17152種組合方法？他們是怎麼做到的？</p> 	5分	討論 發表	6-2 能思考可行的解決方法。
C-E-02	<p>2. 想想看，這組胃痛拼圖基模組若要將它重新拼組成為正方形，你有什麼好方法呢？除了這組基模組這樣的排法外，還能不能想出不同的拼法呢？〈學童發表〉</p>			
C-S-03 2-3-1-6 3-3-1-1	<p>3. 匯整學生的想法策略，引導進入下列三種小基模的排列組合探討：</p> <p>(1)長方形基模(2元件)</p>	8分	歸納	5-1 能運用鏡射、旋轉變化出不同的組合。

	<p>(2)等腰直角三角形基模(2 元件)</p> <p>(3)直角三角形基模(4 元件)</p> <p>4. 探討 2 片長方形基模可以生成的變化。</p>		<p>實作 歸納 發表</p>	
<p>C-S-03 2-3-1-6 2-3-1-1</p>	<p>(1)動手拼拼看，分割出的這兩片長方形可以做出幾種變化？</p>			
<p>C-E-02</p>	<p>(2)歸納策略，窮盡可能的拼組方式。</p> <p>註：搭配旋轉 180 度、水平翻轉、垂直翻轉等，共可生成 16 種拼組方法。</p>	<p>5 分</p>		<p>5-3 能進行簡易組合數的推算。</p>
	 <p>5. 探討 2 片等腰直角三角形基模可以生成的變化。</p> <p>6. 探討 4 片直角三角形基模可以生成的變化。</p>			
<p>2-2-1-4 2-3-1-6 3-3-1-1 3-1-3-1</p>	<p>7. 思考除了上述三種小基模的切割排列組合變化外，你還能想出</p>	<p>12 分</p>	<p>討論 實作</p>	<p>5-2 能運用全等圖形進行</p>

<p>2-3-1-6 2-3-2-4</p> <p>3-3-2-2 3-1-3-1</p> <p>C-N-02</p>	<p>不同的變化嗎？</p> <p>(1)各組領取一張胃痛拼圖工作單，先進行討論，找出可以進行替換並產生不同拼組方式的分割方法。</p> <p><b><u>注意：以不超過六片為原則。</u></b></p> <p>註：因為切割的片數愈複雜而分析時愈困難，因此限制其片數。</p> <p>(2)確定分割方式後，再來領取一張胃痛拼圖圖卡、美工刀及直尺，實際進行分割。</p> <p>(3)討論這種分割方式大概可以產生出幾種不同的拼法？你是如何推算出來的？</p> <p><b>三、綜合活動</b></p> <p>1. 學童上台分享切割方式，及小組的想法。</p> <p>2. 示範這種切法可以衍生出幾種不同的拼組方法，並以實物投影機投影。</p> <p>3. 其它小組進行回饋。</p>	<p>5分</p>	<p>發表</p> <p>發表 評析</p>	<p>交換或替代，變化不同的組合方式。</p> <p>6-1 能充分進行溝通與分享。</p> <p>6-3 能進行合作學習，並尊重他人的多元想法。</p>
---	---	-----------	----------------------------	---

## 肆、教學評量

具體目標	評量方式	備註
1-1 能分辨邊相鄰的三角形其高相等。	發表、討論	
1-2 能理解等底等高的三角形，其面積相等。	發表、討論	
1-3 能理解高相等的兩三角形，其底邊長度的比即為面積比。	發表、討論	
2-1 能依據形體邊長及角度進行拼組。	操作、討論	
3-1 能思考圖形切割順序。	發表	
3-2 能進行圖形的等分割。	實作、發表	
4-1 能依據給定的區塊找到相關的等高三角形。	討論、歸納、發表	
4-2 能以最小區塊為單位量，推論出其它區塊的大小。	討論、發表、搶答	
4-3 能以最大區塊為單位量，推論出其它區塊的大小。	討論、發表	
4-4 能將任意區塊視為新的單位量，並推論出相對應的區塊大小。	討論、發表、搶答	
4-5 能察覺相對區塊間的比例關係。	歸納	
4-6 能運用相關概念解決幾何問題。	實作	
5-1 能運用鏡射、旋轉變化出不同的組合。	歸納、實作、發表	
5-2 能運用全等圖形進行交換或替代，變化不同的組合方式。	討論、實作、發表	
5-3 能進行簡易組合數的推算。	討論、發表	
6-1 能充分進行溝通與分享。	發表、評析	
6-2 能思考可行的解決方法。	討論、發表	
6-3 能進行合作學習，並尊重他人的多元想法。	操作、討論	

## 伍、教學說明（含特色）與注意事項

### 一、胃痛拼圖在等高三角形及比的學習上是個很好的延伸應用素材

在教學中曾運用七巧板的等分割原理，來進行基準化的教學活動，帶領學生探究兩量關係，但今日巧用了胃痛拼圖，發現它別有一番風味，能充份運用三角形等底等高面積相等的性質來解決複雜或多區塊的全體量與部分量之間的關係，從操作中的等分割也連結了比的概念，將數與形做了個很好的整合。

### 二、運用胃痛拼圖的區塊分割拼組能讓學生初步認識排列組合

從分散的 14 個元件來組成正方形，對任何人來說都是困難的，更別說想要窮盡一萬多種組合了，教學中採用逆向思考，由原圖進行大區塊的整併，再經由



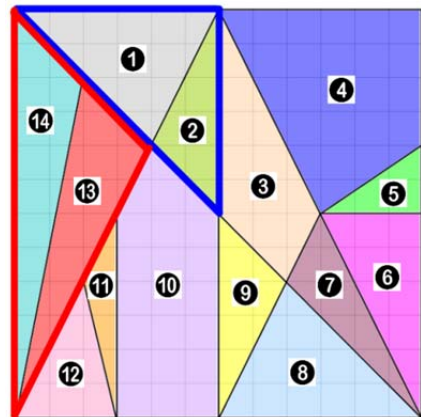
旋轉、翻轉、替代等過程，變化出不同的組合，由二大區塊的組合（2個長方形或2個等腰直角三角形）變化探索到四大區塊（4個直角三角形）的組合變化，甚至小區塊的替代等等，過程中經歷了觀察、推理、歸納、分析等經驗，也能感悟到一萬多種組合並非不可能。

### 三、後緒可進行三角形類別的延伸應用

在教學上，此胃痛拼圖也可以運用在三角形的類別分析，例如將拼圖中的 11 個三角形進行分類～直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形，並說明判別的理由。以元件 8 為例：是一個銳角三角形，因為頂點的兩邊若同時為格子的對角線，那麼必為 90 度，但很明顯，左邊的那條邊並非是對角線，反而內縮了，因此斷定頂角必小於 90 度，所以是一個銳角三角形。

### 四、關鍵區塊的提取是教學的難點

原本以為學童會很容易抓到等底等高面積相同的關鍵點，然後找出各區塊所占的比例，但實際上對小六的學生還是有一些困難點，就單一簡單的圖形，如第二節的發展活動～區塊關係探究，學生大多能解，但一旦碰上整個胃痛拼圖時，當下無法馬上由小區塊找到相關的區塊來做推論，例如：知道元件 1，但一時無法在其它 13 個元件中找到與之相關的元件 2，看到藍色三角形而知道元件 1 與元件 2 是等高的二個三角形，其面積比為底邊的比 2：1，所以推得元件 2。或由已知的元 1 看到紅色區塊（元件 13 + 元件 14）與它是等高的三角形，面積比為底邊的比 1：2，需經老師引導後，才能較熟悉，因此建議在第二節的活動引導中，多一點例題，甚至可以讓各組自己設計題目來交換挑戰，以熟練之。



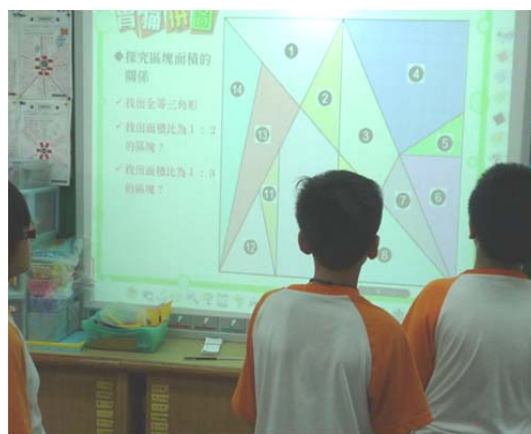
### 五、基礎概念的穩固有助於複雜圖形的解析

第三節綜合活動佈了二題國中的相關題型讓學童來解題，起先看到題目，學生的反應都覺得很難，但一旦用心去看去想，發現其實很簡單，也都能解題成功，且有”頓悟”的感覺，看來，一個概念的基礎打穩，那麼任題型再怎麼變化，轉換也都容易了。

教學專業活動紀錄



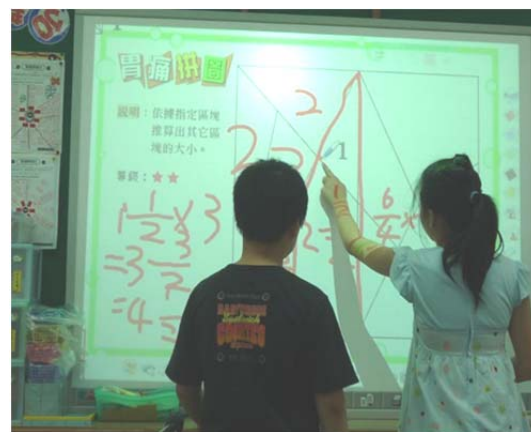
嘗試拼組胃痛拼圖



找尋面積比為 1:1、1:2 的區塊



進行區塊之間大小的推理



利用電子白板說明推理過程



分享解題策略



利用旋轉、翻轉找出變化的組合



# 胃痛拼圖切割圖



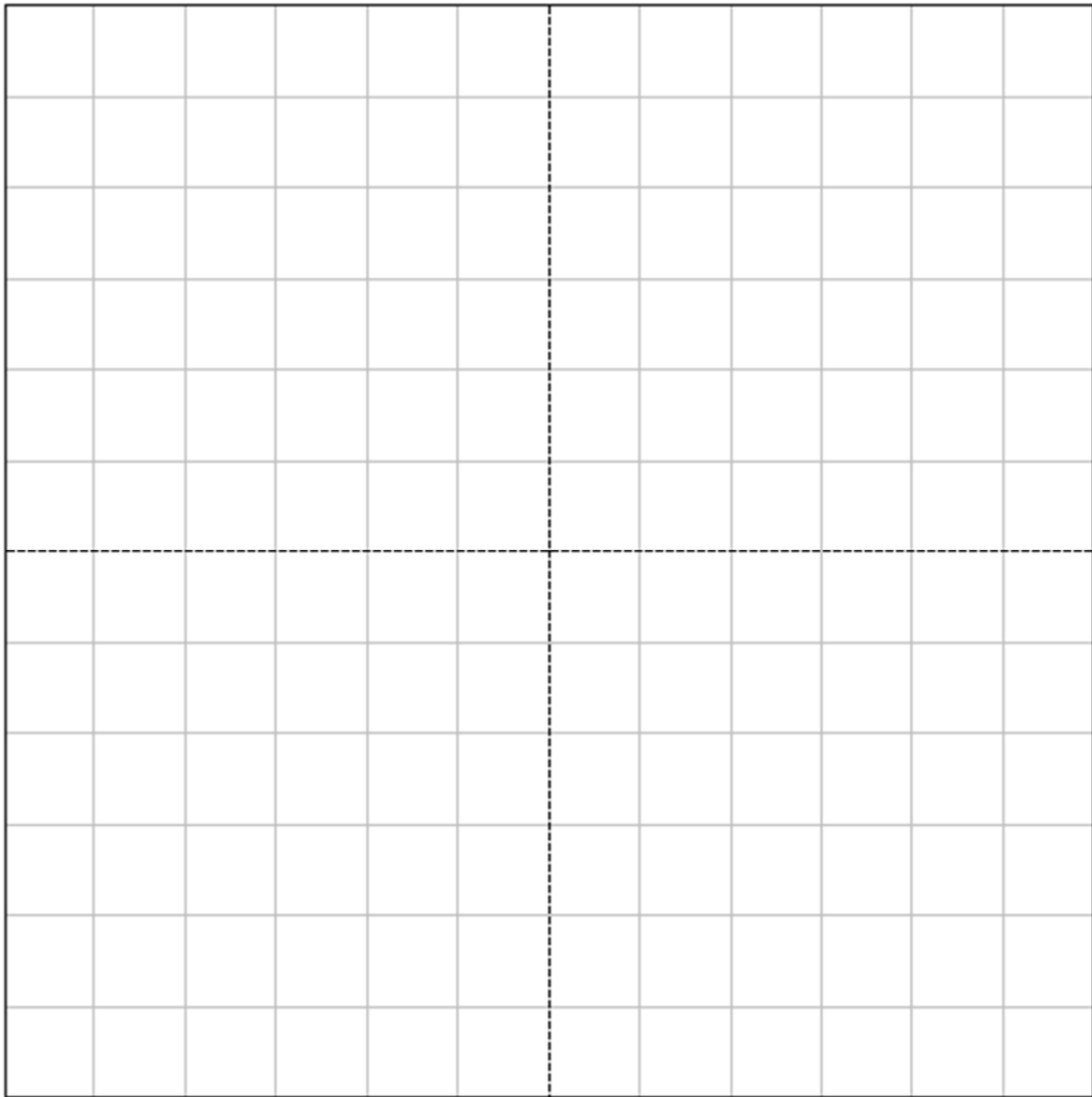
組別：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

說明：請用簽字筆畫出胃痛拼圖的切割圖，並塗上不同顏色，標示出區塊數字。

問題 1：哪兩個三角形全等？（\_\_\_\_\_）

問題 2：面積比為 1 : 2 的三角形有哪幾組？（\_\_\_\_\_）

問題 3：面積比為 1 : 3 的三角形有哪幾組？（\_\_\_\_\_）





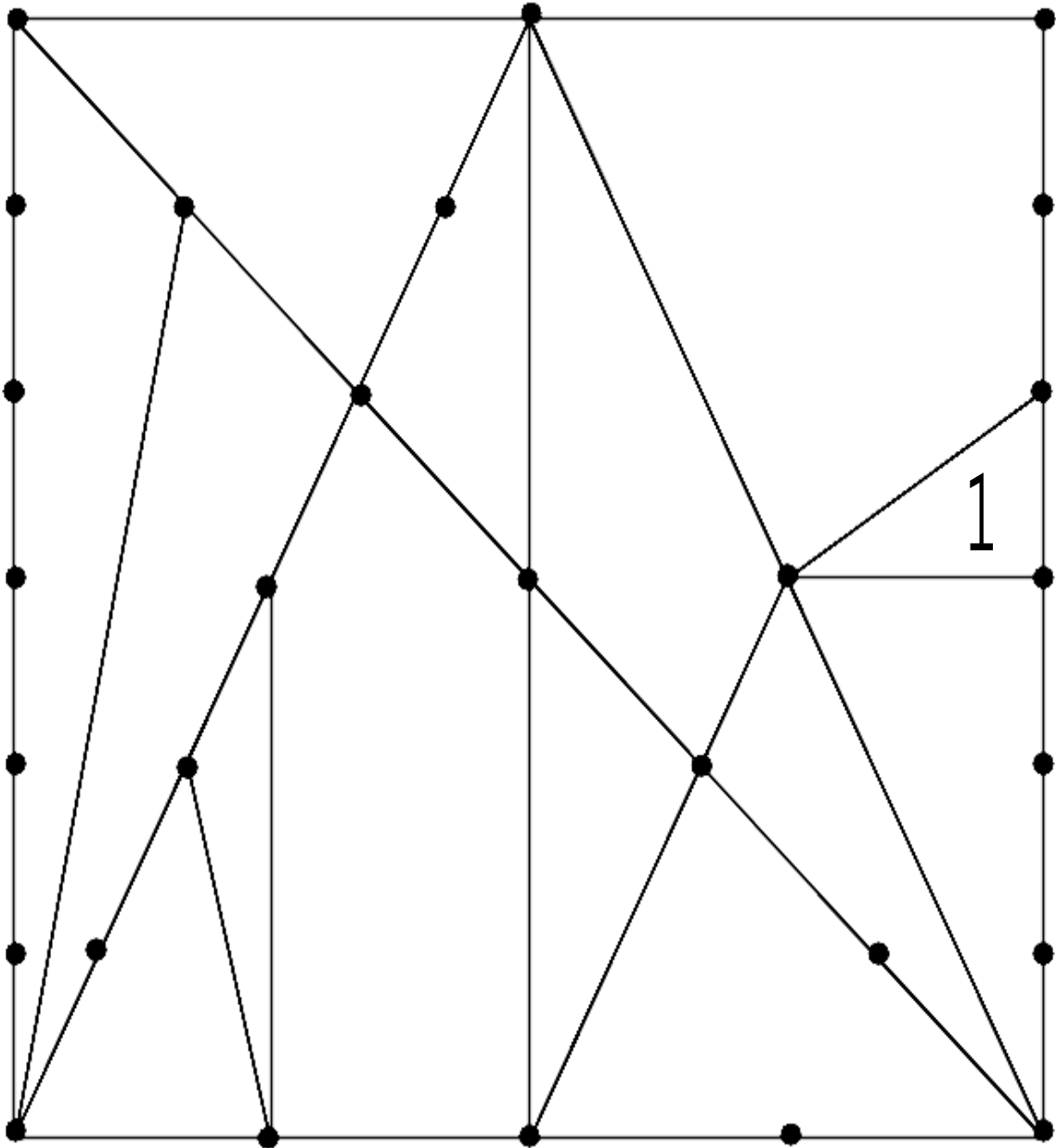
# 胃痛拼圖區塊推理



組別： \_\_\_\_\_

姓名： \_\_\_\_\_

等級： ★





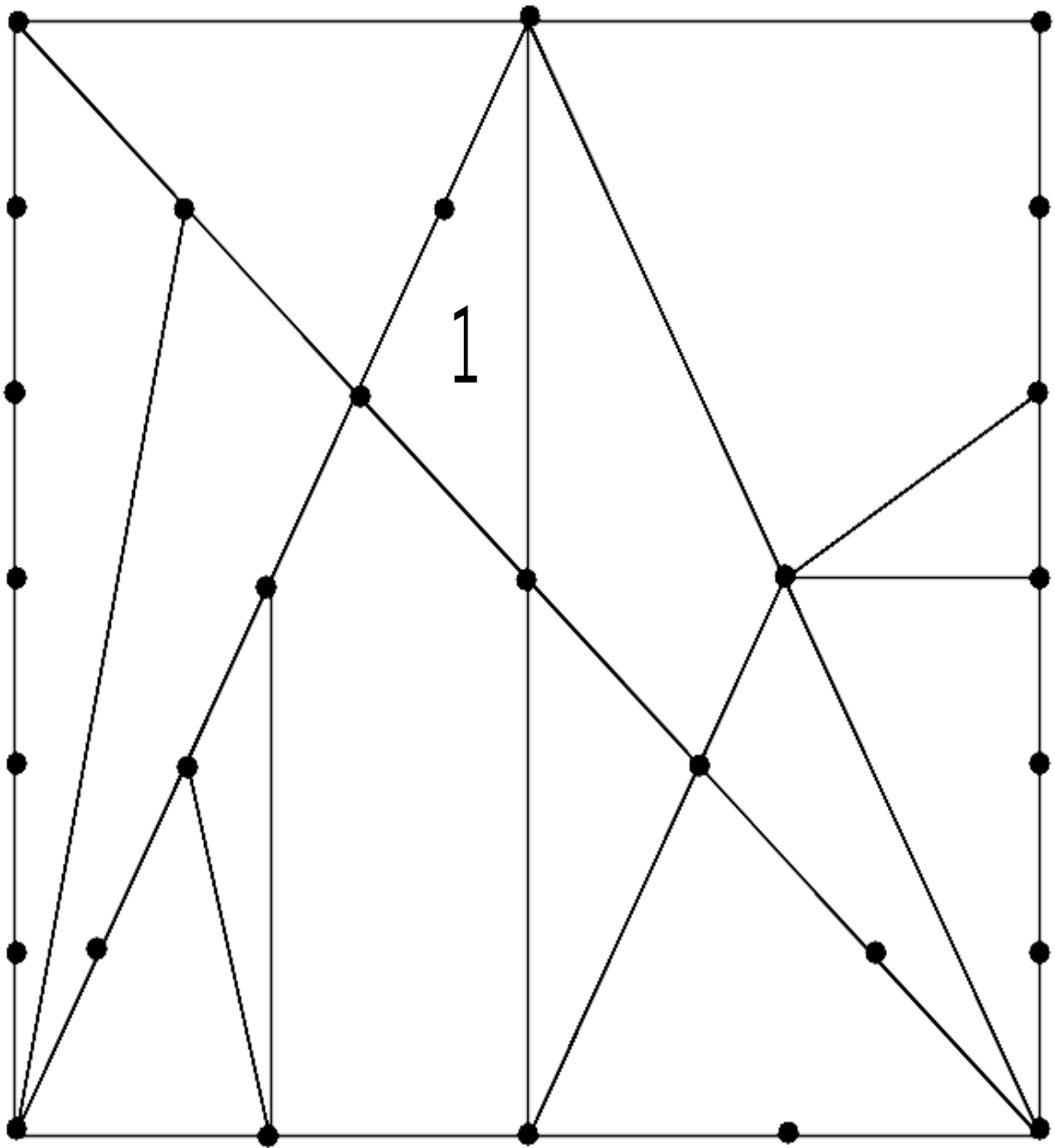
# 胃痛拼圖區塊推理



組別：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

等級：★★





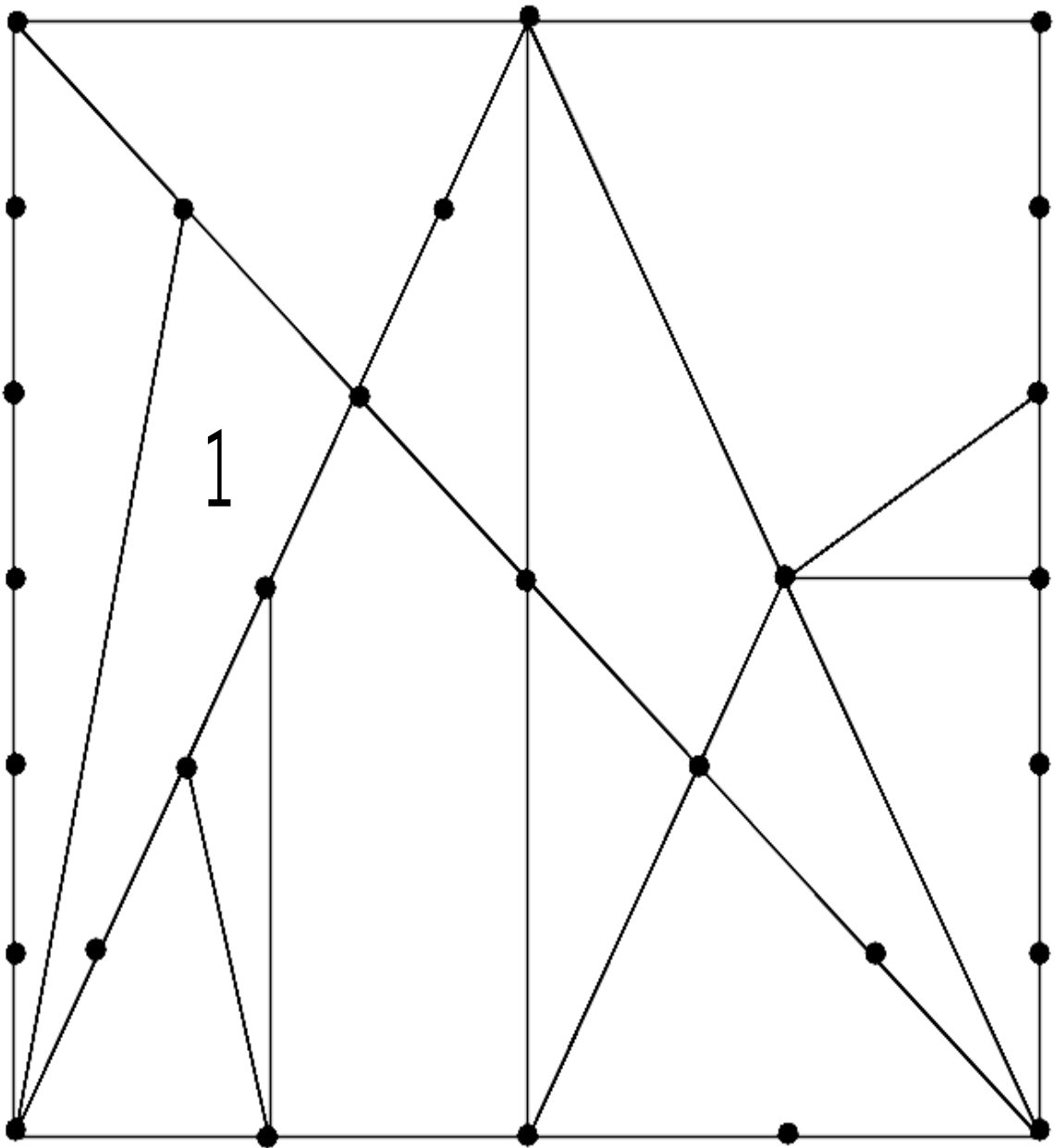
# 胃痛拼圖區塊推理



組別：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

等級：★★★





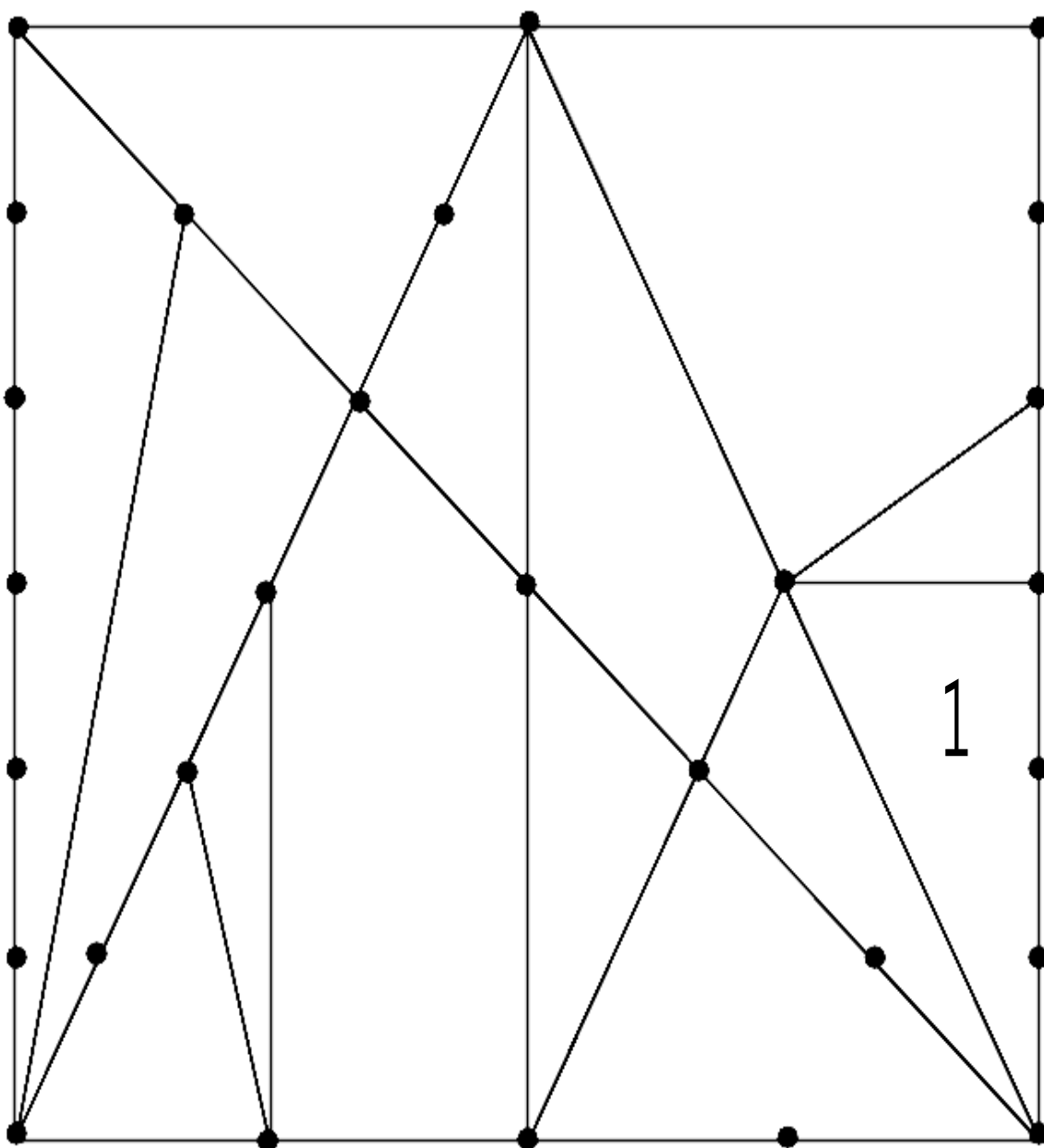
# 胃痛拼圖區塊推理



組別：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

等級：★★★★





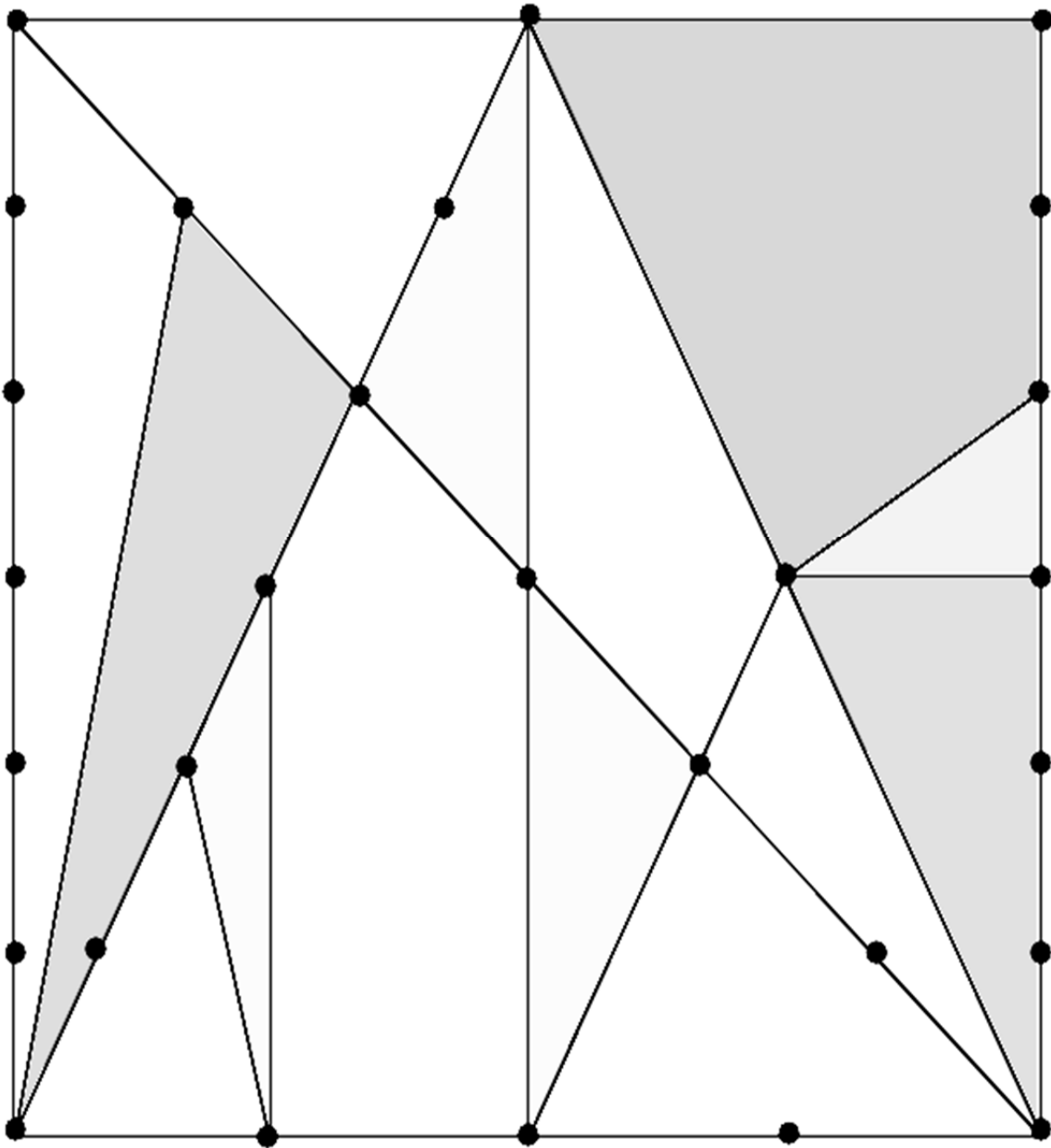
# 胃痛拼圖區塊推理



組別：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_

等級：★★★★★







# 延伸應用篇



班級：\_\_\_\_\_

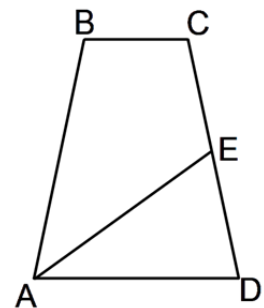
姓名：\_\_\_\_\_

設計者：何鳳珠

單元目標：能運用三角形性質解決複雜的幾何問題。

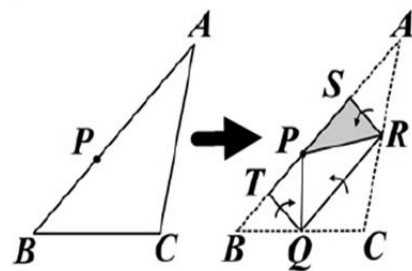
問題 1：已知  $AD=2BC$ ，只知梯形的面積是 66，若 E 為 CD 的中點，則 ADE 面積是多少？

我的想法：〈請盡量詳述你的解題想法〉



問題 2：將三角形 ABC 的三個頂點往 P 點折，已知三角形 ABC 面積為 16，四邊形 PTQR 的面積為 5，那麼你能找出灰色區塊 SRP 的面積是多少嗎？

我的想法：〈請盡量詳述你的解題想法〉



胃痛拼圖工作單

