

國立嘉義大學九十三年度轉學生招生考試試題

科目：微積分

一、填充題：80%（每題 8%，請標明題號，並將答案寫在答案卷上）

1. 設 $y = (\ln x)^x$ ，則 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
2. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{\ln x} \right) =$ _____。
3. 求不定積分 $\int x \sin 2x \, dx =$ _____。
4. 由曲線 $y^2 = 3 - x$ 與直線 $y = x - 1$ 所圍成區域的面積為 _____。
5. 求瑕積分 $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{4/3}} \, dx =$ _____。
6. 設 $f(x) = \int_0^x \frac{1+t}{3+t^2} \, dt$ ，求 $y = f(x)$ 的圖形為上凹之 x 的範圍為 _____。
7. 求函數 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$ 在 $[0, 2]$ 區間上之平均值為 _____。
8. 求曲線 $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $0 \leq t \leq 2\pi$ ，之長度為 _____。
9. 求 $\int_1^2 \frac{2}{x(x^2+1)} \, dx =$ _____。
10. 求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n 2^n} (x+2)^n$ 收斂之 x 的範圍為 _____。

二、計算題與繪圖題：20%

(每題 10%，請標明題號，並將計算過程寫在答案卷上)

1. 求由 $y = \sqrt{x}$ ， $y = 2$ 與 $x = 0$ 等圖形所圍成區域繞 y -軸旋轉所得旋轉體的體積。
2. 設 $f'(x) = (x-2)(x-3)(x-4)$ 且 $f(2) = 2$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$ ，畫出 $y = f(x)$ 的圖形。