

國立嘉義大學九十四學年度轉學生招生考試試題  
科目：微積分(理工) (請將答案寫在答案卷上)

一、填充題：80分（每題8分）

1. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}) =$  \_\_\_\_\_。
2. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{3x} =$  \_\_\_\_\_。
3. 求  $\int \ln x \, dx =$  \_\_\_\_\_。
4. 求  $\int_1^2 x \ln x \, dx =$  \_\_\_\_\_。
5. 求  $\int_0^\pi \cos^4 x \, dx =$  \_\_\_\_\_。
6. 若  $x^2 + y^2 = 1$ ，則  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$  \_\_\_\_\_。
7. 求瑕積分  $\int_0^\infty x e^{-2x} \, dx =$  \_\_\_\_\_。
8. 求冪級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n n^2}$  之收斂區間為 \_\_\_\_\_。
9. 函數  $g(x, y) = x^2 + x - y^2$  在圓  $x^2 + y^2 = 4$  上之最小值為 \_\_\_\_\_。
10. 由直線  $x + y - 1 = 0$ ， $x - y + 1 = 0$ ，與拋物線  $y = x^2 - 1$  之圖形所圍區域之面積為 \_\_\_\_\_。

二、計算題：20分〈請標明題號，並將計算過程寫在答案卷上〉

1. 令  $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{1 - x}$ ，試求：
  - (a).  $f(x)$  何時有極大值，何時有極小值。(3分)
  - (b).  $f(x)$  何時為遞增函數，何時為遞減函數。(3分)
  - (c).  $f(x)$  何時為上凹函數，何時為下凹函數。(convex and concave)(4分)
  - (d).  $f(x)$  的漸近線為何。(4分)
2. 試求重積分  $\int_0^1 \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2(xy) \, dx dy$  之值。(6分)