

國立嘉義大學九十三年學年度 管理研究所碩士班招生考試(乙組)試題

科目：應用微積分

一、Find (55%)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x})$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$

3. $\int \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1} dx$

4. $\int \arcsin x dx$

5. $\int \frac{x+2}{(x-1)(x-3)} dx$

6. $\int_e^{10} \log x dx$

7. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

8. $\int_0^4 \int_1^{\sqrt{y}} (x+y) dx dy$

9. Let $z = f(x-y, y-x)$, then $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

10. Let $f(x) = x^3 + 3x$, $0 < x < \infty$, and let g be the inverse function of f .
Then $g'(4) = ?$

11. Solve the differential equation $(t+2y) dy + (y+3t^2) dt = 0$

二、Given the function $f(x) = |x-2| + 1$.

1. Is f continuous at $x=2$? why?

2. Does f have a derivative at $x=2$? why? (10%)

三、1. Find the extreme values of $f(x, y, w) = e^x + e^y + e^{2w} - 2e^w - (x+y)$. (5%)

2. Find the extreme values of $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x + 3$ subject to the constraint $x^2 + y^2 = 10$. (10%)

四、假設產品的需求函數為： $p = \sqrt{400-x}$, $0 \leq x \leq 400$, 式中 p 與 x 分別為產品價格與銷售量。當銷售量由 255 單位增加到 256 單位時，總收入改變多少？請用微分量推估之。(10%)

五、對於 convex 與 quasiconvex 數學界有以下定義：

$\forall x \in S$ and $0 < \lambda < 1$, then

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2)$$

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \min \{ f(x_1), f(x_2) \}$$

1. 請問以上那一個定義比較嚴格？

2. 請舉例或畫出一個數學函數，它符合前列比較寬鬆的定義，卻不符合比較嚴謹的定義。(10%)