

國立嘉義大學九十五學年度
數學教育研究所碩士班招生考試試題

科目：普通數學

說明：本試題分為兩部分：第一部分為填充題，請標明題號，只需要將答案作答在「答案卷」上；第二部分為計算題，請標明題號，同時將過程作答在「答案卷」上。

一、填充題：(每題 4 分，共 20 分)

1. 設有若干個正整數的和為 2006，問其乘積之最大值為_____。
2. 把四個分別為黑、白、紅、黃顏色的球分別放入四個黑、白、紅、黃顏色的箱子中，每一個箱子只能裝一個球，問所有的球都不在與球同色的箱子中的情況共有_____種。
3. 求無窮級數 $1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \dots$ 之總和?_____。
4. 假設 $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5x - 40 = A(x-2)^4 + B(x-2)^3 + C(x-2)^2 + D(x-2) + E$ ，試比較實數 A, B, C, D, E 之大小順序為何?_____。
5. 已知 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ， $\log_{10} 3 = 0.4771$ ，並設 $a = 2^{30}, b = 3^{20}, c = 5^{15}, d = 6^{12}$ ，試比較此四個數 a, b, c, d 之大小? _____。

二、計算題：(每題 20 分，共 80 分)

1. 設空間兩直線 $L: \frac{x-5}{3} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z-1}{-2}$ ， $M: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{2}$ 。

求(a) 包含直線 L 且與 M 平行之平面方程式。

(b) L 和 M 之最短距離。

2. 設 a, b, c, d, e 為實數同時滿足方程式

$$a+b+c+d+e=6, a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=9。$$

求(a) 當 a, b, c, d 為多少時， e 為最大值。

(b) e 的最大值。

3. 設 n 是自然數，若 n^2 是 3 的倍數，證明 n 也是 3 的倍數。

4. 甲、乙兩人相約於下午 5 時至 6 時在車站相會，設二人皆能在 5 時至 6 時之間到達車站。試求二人前後到達時間不超過 5 分鐘之機率為何?