

國立嘉義大學九十三年學年度

數學教育研究所碩士班招生考試試題

科目：普通數學

說明：本試題分為二部份，第一部份為填充題，請標明題號，只需要將答案作答在「答案卷」上；第二部份為計算題，請標明題號，同時將過程作答在「答案卷」上。

一、填充題：(每題 4 分，共 20 分)

1. 設拋物線 $y^2 = 2x$ 與直線 $L: ax+by+1=0$ 相交於 P, Q 兩點，若線段 \overline{PQ} 之中點為 $(5, 2)$ ，其中 a 與 b 皆為實數常數，則 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 設有行列式 $g(x) = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2+x \end{vmatrix}$ ，令 $g(x) = 0$ 的二根分別為 a 與 b ，其中

$a \leq b$ ，則 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. $\sin(\tan^{-1} 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 3^{2003} 之個位數字為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $\log 2 = 0.3010$ 。 $1+2+2^2+\dots+2^{49}$ 之和是幾位數？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、計算題：(每題 20 分，共 80 分)

1. 在 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $x-y \geq -2$ ， $x+2y \leq 7$ ， $2x-y \leq 4$ 之條件下， $x-2y$ 的最大值為 M 及最小值為 m ，則

(a) $M = ?$ (10 分)

(b) $m = ?$ (10 分)

2. 設 x 與 y 皆為自然數，且 $2^{2x} - 3^{2y} = 55$ ，則

(a) $x = ?$ (10 分)

(b) $y = ?$ (10 分)

3. 設三角形 ABC 之三邊長 a, b, c 滿足 $a^2+b^2=c^2$ 。證明三角形 ABC 為直角三角形。

4. 從 1000 到 1000000 之自然數中任取一數，它不是平方數，也不是立方數的機率為多少？